

ELEKTROTECHNIK I

Skript basierend auf die Übungsstunden
im HS24.

Für Korrekturen, Fragen, oder Ergänzungen:

kursulovic@ethz.ch



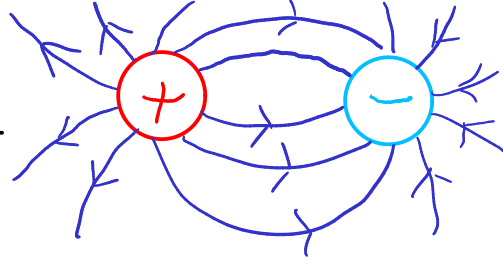
n.ethz.ch/~kursulovic

Ablauf:

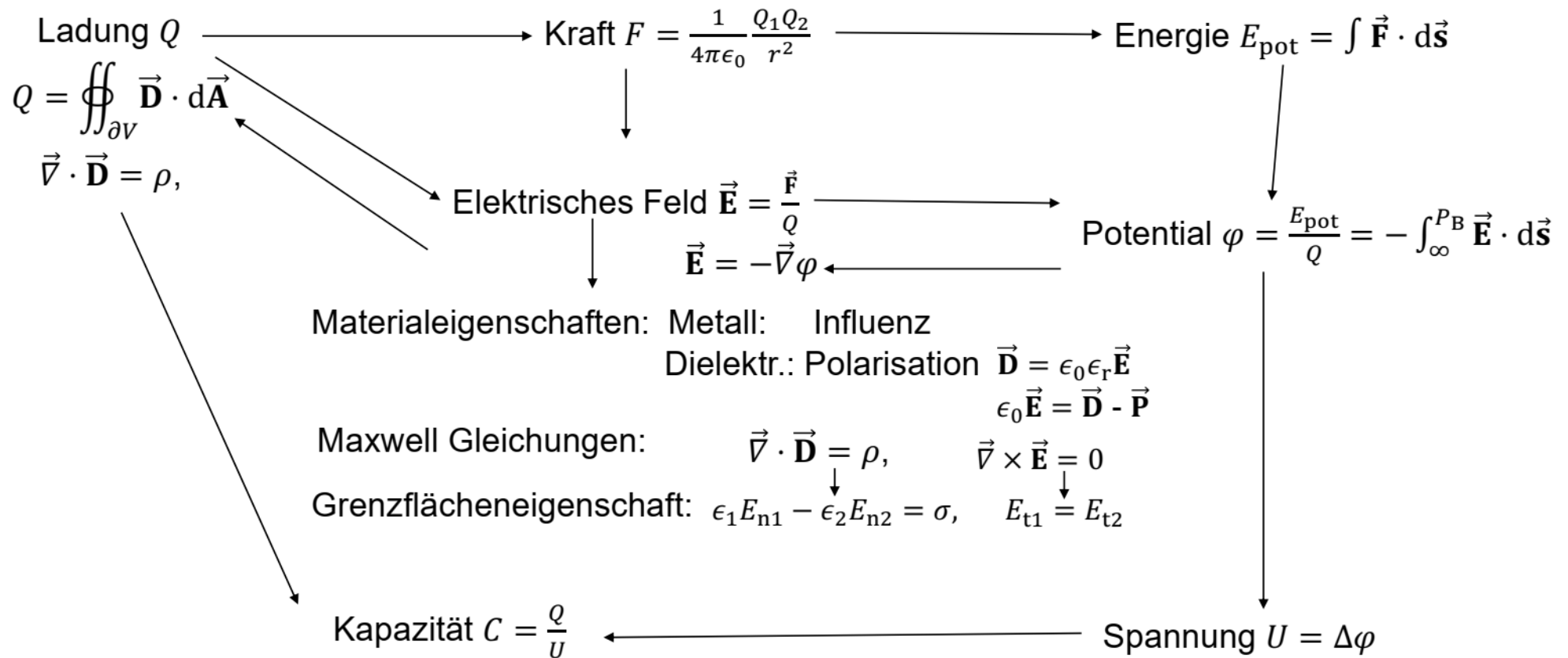
15 min Nachbesprechung Serie

30 min Theorie

2. Lektion Prüfungsaufgaben / Übungen lösen + Fragen

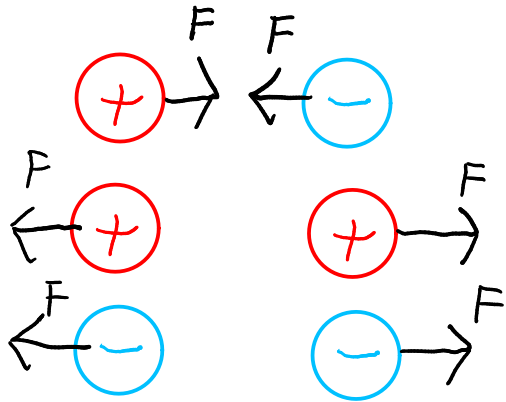


Mindmap



KRÄFTE (Coulomb Gesetz)

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^3} \vec{r}_{12}$$



$$[F] = N$$

$$[Q] = C = As \text{ "Coulomb" = "Ampere Sekunde"}$$

$$[r] = m$$

$$|\vec{r}_{12}| \Rightarrow \text{Norm} \Rightarrow \sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2 + z_{12}^2} \quad (\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$[\epsilon_0] = \frac{As}{Vm} \text{ "Elektrische Feldkonstante" (weiter unten mehr dazu)}$$

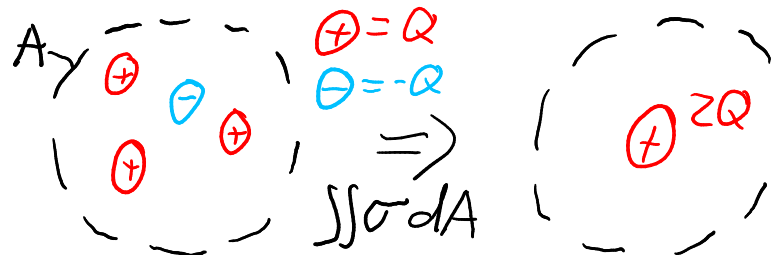
Ladungen Q können auch als differentialquotient dargestellt werden:

Linienladungsdichte: $\lambda = \frac{dQ}{dl}$ $[\lambda] = \frac{C}{m}$

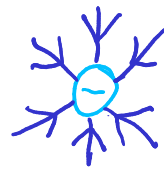
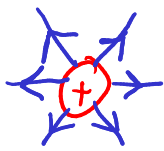
Flächenladungsdichte: $\sigma = \frac{dQ}{dA}$ $[\sigma] = \frac{C}{m^2}$

Raumladungsdichte: $\rho = \frac{dQ}{dV}$ $[\rho] = \frac{C}{m^3}$

Bsp. Flächenladungsdichte:



E-FELD



$$\frac{N}{C} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V}{m}$$

E-Feldlinien treten stets
senkrecht ($\perp$) ein und aus!

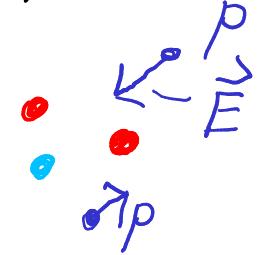


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m} \quad \text{"Elektrische Feldstärke"}$$

Wie Kräfte können auch E-Felder
überlagert werden à la Superposition:

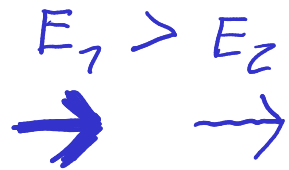
$$\vec{E}(\vec{r}_P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{|\vec{r}_P - \vec{r}_i|^3} \vec{r}_i$$



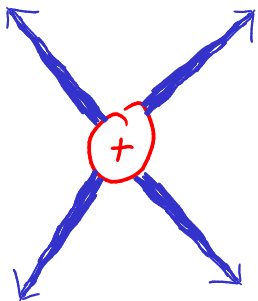
Definition:

"Was wäre das Kraftfeld,
welches eine Ladung Q im
Punkt P spüren würde?"

Ich stelle es mir so vor:



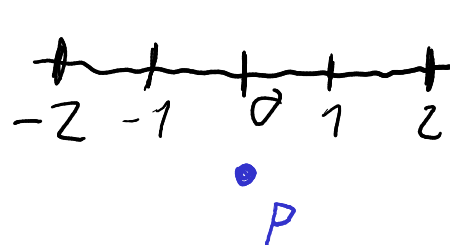
Bsp. Ladung:



E-Feld nimmt Radial ab!

$$\vec{E}(\vec{r}_P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r}_P - \vec{r}'}{|\vec{r}_P - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$

Bsp.



$$\lambda(\vec{r}') = x^2$$

Ladungsverteilung
auf x-Achse links im
Bild

$\Rightarrow$ Feldlinie einfach alle $\vec{E}(\vec{r}_P)$
über alle P aufsummiert

ARBEIT & POTENTIAL

$$W = F \cdot s \quad \text{bzw.} \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow W_{e12} = Q_1 \int_{r_1}^{r_2} (-\vec{E}) d\vec{s} \quad [W_e] = J, \text{Ws "Joule" "Wattsekunde"}$$

weil: E_{pot} der Pos. Ladung nimmt ab in $\vec{E}$ Richtung



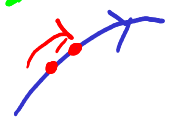

Elektrische Potential φ :
Energie die man braucht um **Positive Ladung** Q im **E-Feld** zu bewegen

$$\varphi(\vec{r}_p) = \frac{W_{\infty p}}{Q} = - \int_{\infty}^p \vec{E} d\vec{s} \quad \varphi(\infty) = 0$$

↳ Wichtig für Spannung U !

Bzw. $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$

Differenziell
 $\Rightarrow$ Potential ist stets senkrecht ($\perp$) zum E-Feld.



$\vec{E}$ ist der negative grad(φ)

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \partial_x \varphi \\ \partial_y \varphi \\ \partial_z \varphi \end{pmatrix}$$

Ps ich schreibe:

$$\partial_x \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$\Rightarrow$ Das E-Feld ist konservativ (Wegunabhängig)

↳ Gilt nur in Elektrostatik

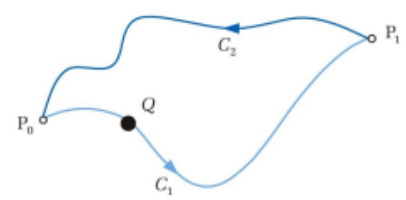


Abbildung 1.11: Bewegung einer Punktladung entlang eines geschlossenen Weges

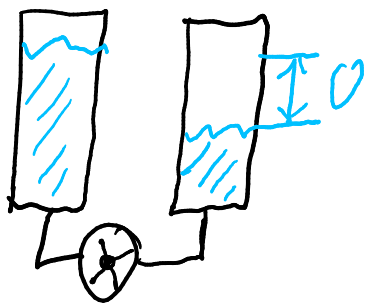
$$\Rightarrow \int_{C_1} \vec{E} d\vec{s} = \int_{C_2} \vec{E} d\vec{s}$$

$$\oint_{C=C_1+C_2} \vec{E} ds = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (\text{Maxwell})$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = \begin{pmatrix} \partial_y E_z - \partial_z E_y \\ \partial_z E_x - \partial_x E_z \\ \partial_x E_y - \partial_y E_x \end{pmatrix} = 0$$

SPANNUNG

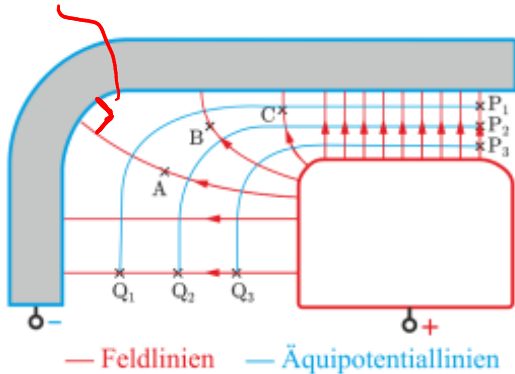


Spannung = Potentialdifferenz

$$U_{12} = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{s} \quad [U] = V \text{ "Volt"}$$

⇒ Äquipotentialflächen (3D)

Reminder ⊥! -linien (2D)



⇒ Äquipotentiallinien und Feldlinien
stehen stets ⊥ zu einander
(Vektor Analysis)

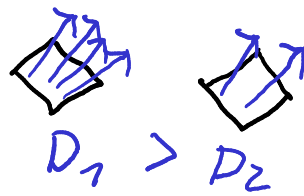
EL. FLUSSDICHTE

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$$

$$[D] = \frac{AS}{m^2}$$

$$[\epsilon_r] = \frac{AS}{Vm} \begin{matrix} \text{"Permittivität"} \\ \text{"Dielektrizitäts-} \\ \text{konstante"} \end{matrix}$$

Material abhängig



* Im Vakuum $\epsilon_r = 1$
 $\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{D}{E}$

Gauss'sches Gesetz:

$$\oint_{\partial V} \vec{D} d\vec{A} = Q = \Psi$$

bzw. Oberfläche

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{Maxwell})$$

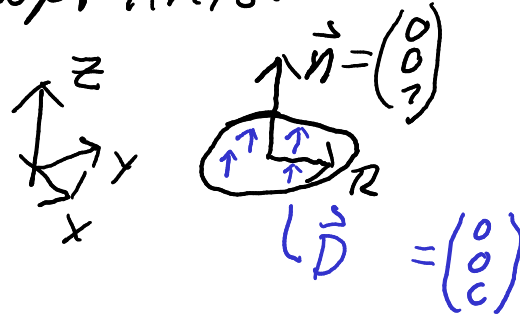
$$\hookrightarrow \text{div}(\vec{D}) = \partial_x D_x + \partial_y D_y + \partial_z D_z$$

"Der Fluss aus einer Oberfläche ist die Ladung"

Wieso mit Flussdichte Rechnen statt mit E-Feld direkt?

$\Rightarrow$ Flussdichte berücksichtigt Abschwächung
vom Dielektrikum

Bsp. Kreis:



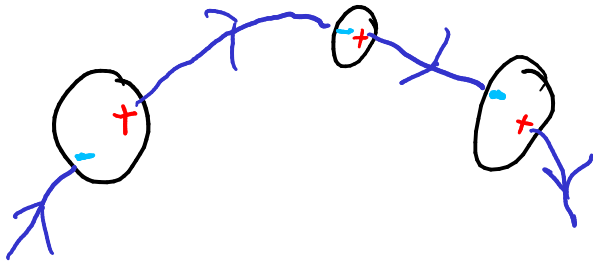
$$\Rightarrow \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{r_0}^{r_1} \vec{D} \cdot \overbrace{\vec{n} \cdot \vec{r} dr d\varphi}^{d\vec{A}} \quad \begin{matrix} \text{Eigentlich } r d\varphi \cdot dr \\ \text{weil } d\varphi \text{ mit } r \\ \text{skaliert } \frac{r d\varphi_1}{r_1} \frac{r d\varphi_2}{r_2} \end{matrix}$$
$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} \int_0^R \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot r dr d\varphi = 2\pi \cdot c \cdot \frac{1}{2} [r^2]_0^R = \pi c R^2 = Q$$

Alternativ: $A_z = \pi \cdot R^2 \quad D_z = c$

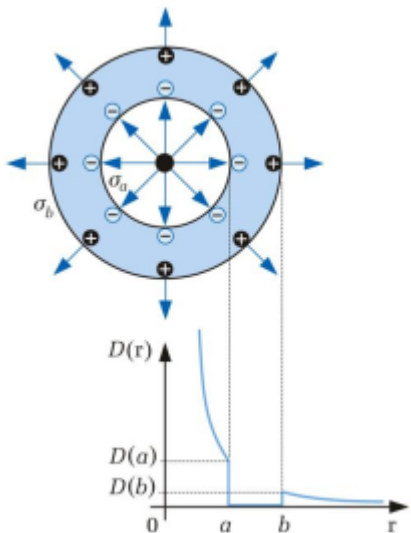
$$\Rightarrow D \cdot A = \underline{\underline{c \pi R^2 = Q}}$$

INFLUENZ, POLARISATION

Influenz besagt, dass sich Ladungen in elektrischen Leitern an der Oberfläche gemäss den Feldlinien ausrichten

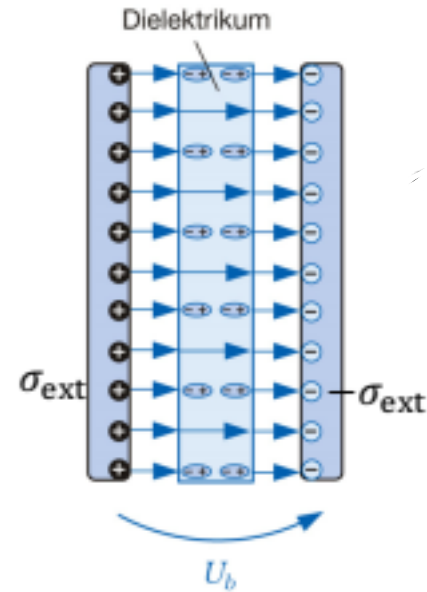


Achtung: In der Elektrostatik gibt es keine Felder im Leiter!



Grund: Leiter bildet Aquipotentialfläche, da keine Potentialdifferenz im Leiter existieren darf, sonst gibt es einen Stromfluss $\Rightarrow$ Elektrodynamik

Polarisation entsteht im Dielektrikum (Isolator e.g. Kunststoff, Luft): $\Rightarrow \epsilon_r$



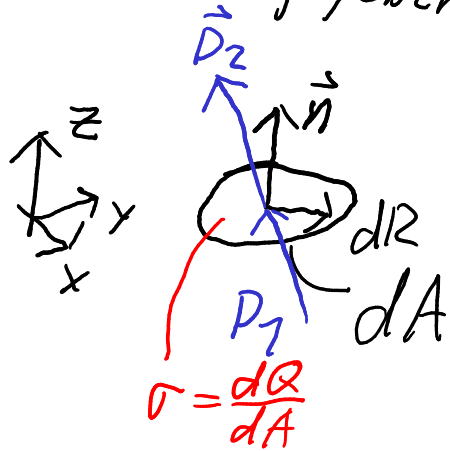
$$\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \vec{P}$$

Besser:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

FELDGRÖSSEN EINER FLÄCHENLADUNG (weniger wichtig)

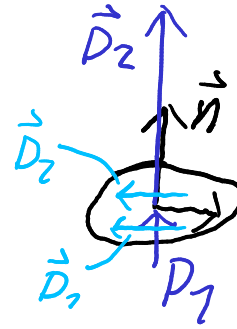
Annahme: Geladene Platte in einem
gegebenen Feld.



Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\& \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$



Unterschiedliche
Materialien $\smile$
 $\epsilon_0(\epsilon_1 E_{1z} - \epsilon_2 E_{2z})$

$$D_{1z} - D_{2z} = \sigma$$

$$P_{11z} - P_{21z} = 0 \text{ Parallele Felder}$$

Interragieren
nicht mit Platte

Basically: Nur Felder $\perp$ zur Platte
werden beeinflusst $\Rightarrow$ macht
Sinn, da E-Feld linien stehts
 $\perp$ Ein-/Ausströmen

(Siehe: E-FELD)

KONDIS

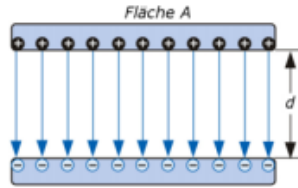
Definition Kapazität

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = F \text{ "Farrad"} = \frac{As}{V}$$

Wieviel Ladung pro Spannung
ein Kondi aufnehmen kann
meist im μF bereich

Für Plattenkondi:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$



Alle anderen Geometrien:

$\Rightarrow U$ durch Potentialdifferenz

$\Rightarrow Q$ durch Gauss'sches Gesetz

Umgekehrt wie Widerstände

Serienschaltung

$$C_{\text{ser}}^{-1} = \sum_{k=1}^n C_k^{-1}$$

Spannungsteiler

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$U_1 = U_{\text{ges}} \frac{C_1^{-1}}{\sum_n C_n^{-1}}$$

$$U_1 = U_{\text{ges}} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

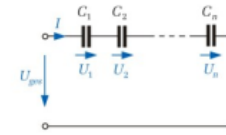
Parallelschaltung

$$C_{\text{parr}} = \sum_{k=1}^n C_k$$

Ladungsteiler

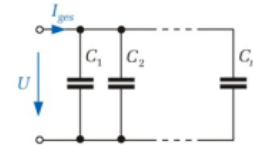
$$Q_1 = Q_{\text{ges}} \frac{C_1}{\sum_n C_n}$$

$$Q_1 = Q_{\text{ges}} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



Spezialfall für zwei Kondensatoren

Spezialfall für zwei Kondensatoren



Spezialfall für zwei Kondensatoren

Kondis können Energie speichern:

$$W_{ec} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C U^2$$

Kondis sind kleine
Batterien 

$\Rightarrow$ Verschiedene Arten $\Rightarrow$ Vorlesungs-
slides

Serie 1 Ansätze:

1. Trivial

2. a) Qualitativ, Influenz?

b) Klar lesen

3. a) Definition Spannung?

Eine Ladung verschieben?

b) Anzahl Wassermoleküle unwichtig.

4. a) Siehe Slide Flusddichte

~~b~~ b) Keine Angst vom " ∞ " geht auf wenn a) korrekt

c) Definition E -Feld?

5. Gut fürs Verständnis, was beeinflusst wird (Influenz)

Ergänzung

Gauss'sches Gesetz:

$$\oint_{\partial V} \vec{D} d\vec{A} = Q$$

Oberfläche

Punktladungen

- Das Gauss'sche Gesetz beschreibt den Fluss durch eine Oberfläche

- Q ist dabei die gesamtheit aller Quellen im "inneren" der Oberfläche, d.h. innen ist dort von wo $\vec{n}$ nach aussen zeigt.
simples bsp. Kugel, Zylinder:
Hier ist intuitiv/klar was innen ist.

- Wenn die Flächennormale $\vec{n}$ und die Feldlinien $\vec{E}$ über die gesamte Oberfläche in die gleiche Richtung zeigen bzw. Parallel sind, kann das Integral zu $\vec{D} \cdot \vec{A}$ vereinfacht werden
 $\vec{A}$ ist dabei die Oberfläche der Geometrie

z.B. Zylinder: $\vec{A}_{(\vec{r})} = 2\pi \vec{n} \cdot \ell \cdot \vec{e}_r$

Kugel: $\vec{A}_{(\vec{r})} = 4\pi r^2 \cdot \vec{e}_r$