

ET I Übung 11

Aufbau:

- Fragen zu letzter Woche
 - Nachbesprechen alter Serie
 - Theorie Repetition
- (Pause)
- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
 - Tipps



<https://kursulovicprd.ethz.ch/>

Mindmap

$U = \text{const.}$

Zeitunabhängige
Spannungen und Ströme

$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$

Zeitabhängige
Spannungen und Ströme

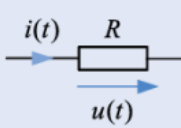
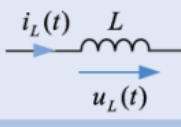
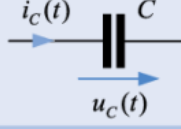
Kenngrößen

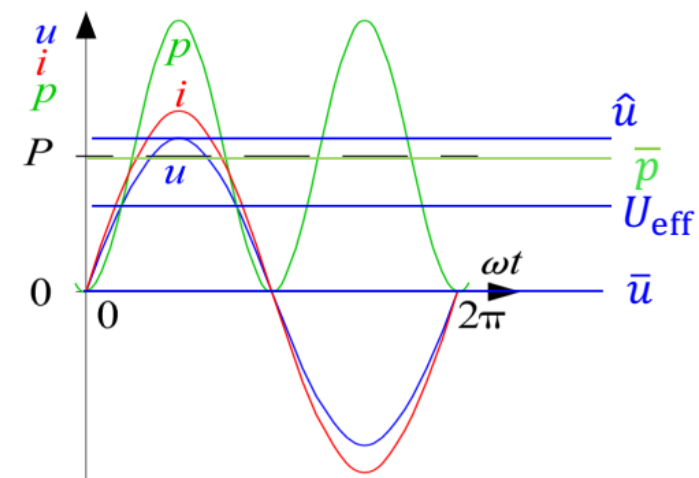
$\hat{u}$ Spitzenwert

u_{ss} Spitze-Spitze-Wert

$\bar{u}$ Mittelwert

U_{eff} Effektivwert

Komponente	Spannung	Strom
	$u(t) = R i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} u(t)$
	$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$
	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$	$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$



STROM / SPANNUNG DURCH SPULEN (Induktivitäten) —

Aus Magnetismus wissen wir:

$$u_L(t) = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow u_L = L \frac{di(t)}{dt} \xRightarrow{\text{umstellen \& integrieren}} i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt$$

Was heisst das für uns? :

Reminder Aufg. 7 Serie 9 Zündkerze

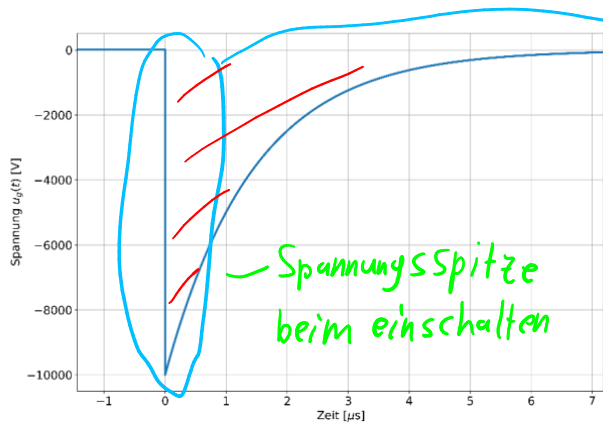


Abbildung 3: Zeitlicher Verlauf der Zündspannung

Spannung:

⇒ Auf einmal fliesst Strom beim einschalten

⇒ Grosse Flussänderung in Spule (von 0 auf etwas)

⇒ $\frac{di(t)}{dt} \gg$

Strom:

⇒ Der Strom steigt stetig in der Spule (Aufbau Magnetfeld)

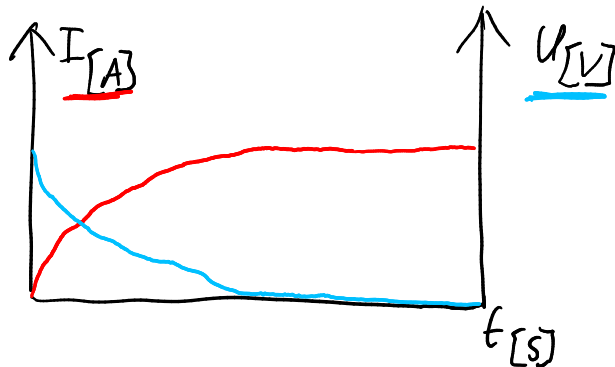
⇒ Steigt an bis die Spannung wieder 0 ist, danach konst.
(Spulenspannung wirkt der originalspannung entgegen)

"Strom muss Spule durchqueren"



⇒ Zuerst kommt die Spannung dann der Strom ⇒ In spulen gilt: Spannung: Voreilend

Strom: Nacheilend

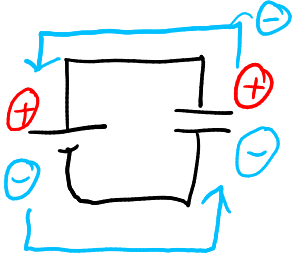


STROM / SPANNUNG DURCH KONDIS (Kapazitäten) - II -

Aus den ersten paar Wochen kennen wir die definition des Stromes:

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_C(t)}{dt} \Rightarrow i_C(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt} \xrightarrow[\Rightarrow]{\text{umstellen \& integrieren}} U_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

Wir haben gesehen Kondensatoren sind wie Batterien, sie können aufgeladen werden.



Wir haben aus der Elektrostatik gesehen, dass wir die Platten polarisieren, indem wir Ladungen von einer Platte entfernen und der anderen addieren.

Strom:

$\Rightarrow$ Ladungsübertragung mit C ^{lichtgeschw.}

$\Rightarrow$ Nach einiger Zeit sind alle Ladungen auf beide Platten übertragen, $i = 0$

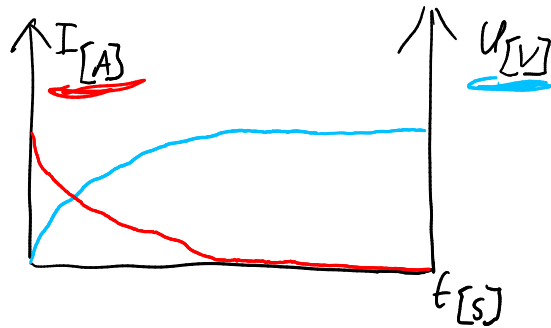
Spannung:

$\Rightarrow$ Der Kondensator hat eine Kapazität zur Ladungsaufnahme

$\Rightarrow$ Je mehr Ladungen übertragen werden, desto höher die Spannung

$\Rightarrow$ Irgendwann ist der Kondensator voll geladen

$\Rightarrow$ Zuerst kommt der Strom dann die Spannung $\Rightarrow$ In Kondis gilt: Strom: Voreilend



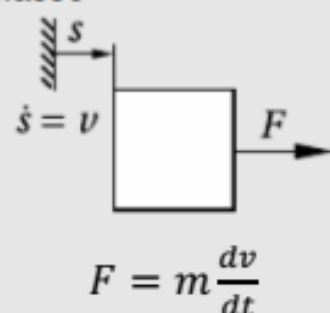
Komponente	Spannung	Strom	Gleichung
	$u(t) = R i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} u(t)$	(7.3)
	$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$	(7.4)
	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$	$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$	(7.5)

Spannung: Nacheilend

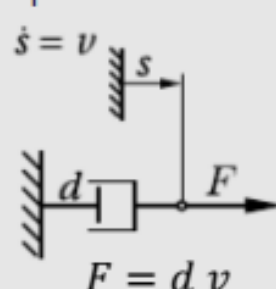
Analogie mechanische und elektrische Bauteile

Mechanisch

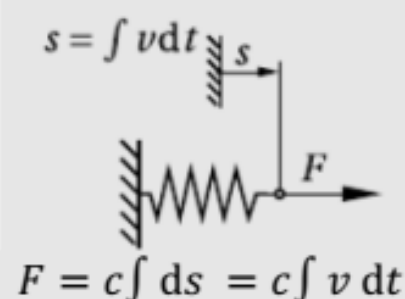
Masse



Dämpfer

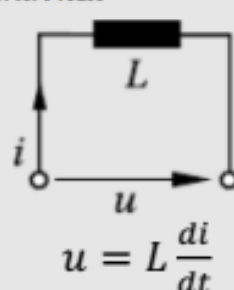


Feder



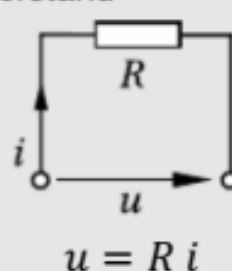
Elektrisch

Induktivität



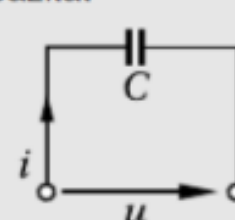
«Trägheit»

Widerstand



«Dämpfung»

Kapazität

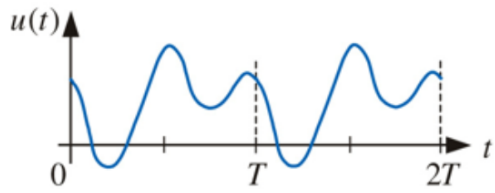


«Federung»

Bilder: «Mechatronik. Komponenten – Methoden – Beispiele», Heimann et al., 4. Auflage

KENNGRÖSSEN IM WECHSELSTROM

Signale können Periodisch sein:

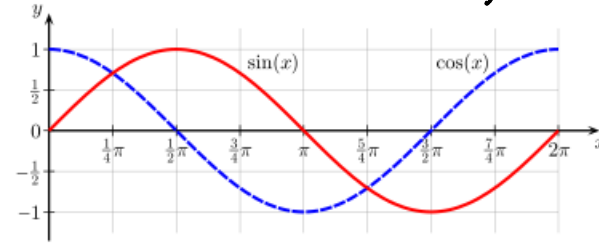


Periodendauer! T [s]

frequenz! f [Hz]

$$f = \frac{1}{T}$$

Für sinusförmige Signale:



Position! φ [rad]

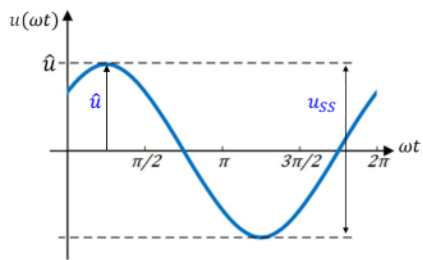
Geschwindigkeit! ω [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$]

(Kreisfrequenz)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \leftarrow \text{S Einheitskreis}$$

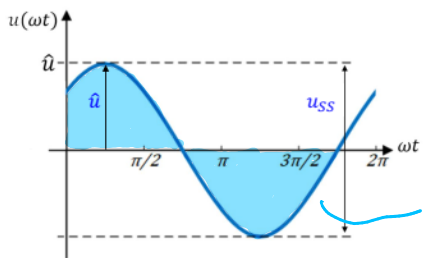
$$(\varphi = \omega \cdot t)$$

analog! $s = v \cdot t$



Spitzenwert! $\hat{u} = |u|_{\max}$

Spitze-Spitze-Wert! $u_{SS} = 2\hat{u}$
(-Tal)



Mittelwert! $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) dt$ (weniger nützlich)

über eine Periode
hier $\bar{u} = 0$

⇒ Effektivwert! $V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)^2 dt}$

für sinusförmige! $V_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$, $I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

Für Leistung gilt weiterhin!

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Mittelwert

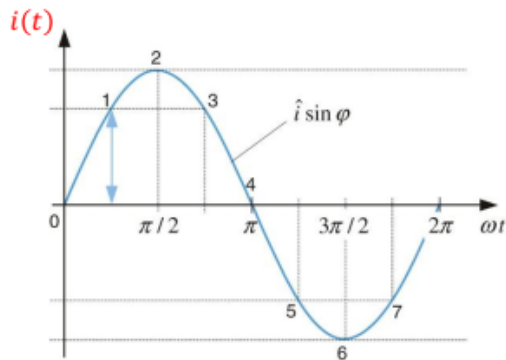
$$\Rightarrow \bar{P} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$

PUI gilt hiermit weiterhin!

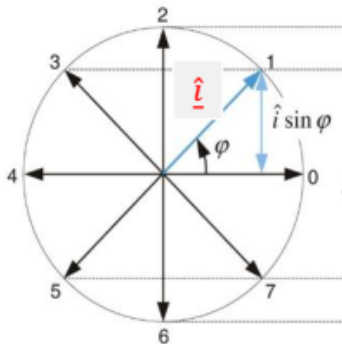
Mindmap

Zeitbereich

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$$


Frequenzbereich

$$= \operatorname{Re}\{\underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t}\}$$

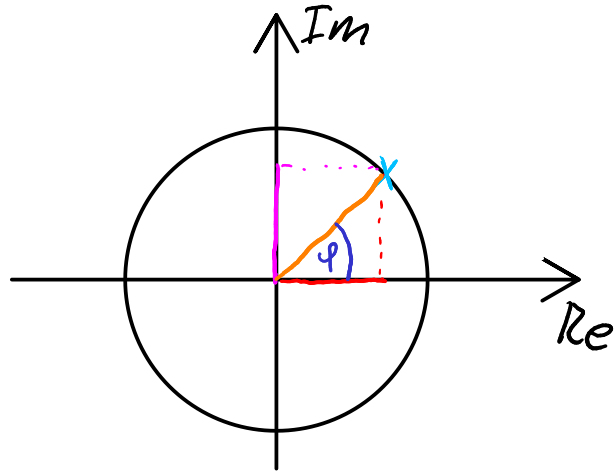

Komplexe Impedanz $\underline{\hat{u}} = \underline{Z} \cdot \underline{\hat{i}}$

Komponente	Spannung	Strom
	$u(t) = R i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} u(t)$
	$u_L(t) = L \frac{d i_L(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$
	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt$	$i_C(t) = C \frac{d u_C(t)}{dt}$

Komponente	Spannung	Strom	Impedanz
	$\underline{\hat{u}} = R \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \underline{\hat{u}} / R$	$\underline{Z}_R = R$
	$\underline{\hat{u}} = j\omega L \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \frac{\underline{\hat{u}}}{j\omega L}$	$\underline{Z}_L = j\omega L \stackrel{(8.13)}{=} jX_L$
	$\underline{\hat{u}} = \frac{1}{j\omega C} \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = j\omega C \underline{\hat{u}}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$ mit $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

REPETITION KOMPLEXE ZAHLEN

Komplexe Ebene:



analog: $s = v \cdot t$

Zwei darstellungsarten eines Punktes

Algebraisch: $z = a + j b$ wobei $\operatorname{Re}\{z\} = a$ und $\operatorname{Im}\{z\} = b$

Polar darstellung:

$$z = r(\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)) = r e^{j\varphi} = r e^{j\omega t}, \text{ wobei } \omega \text{ von der Frequenz abhängt.}$$

Algebraisch $\rightarrow$ Polar:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi = \operatorname{atan2}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Polar $\rightarrow$ Algebraisch:

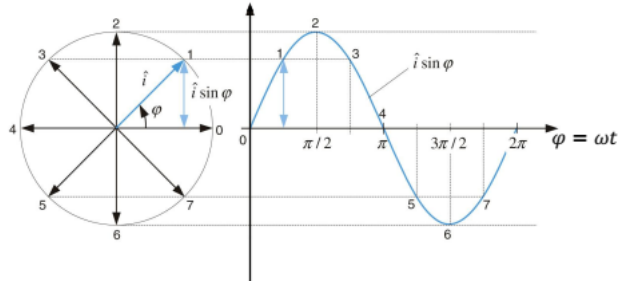
$$a = r \cos(\varphi) \quad b = r \sin(\varphi)$$

Originaler atan ist nur für $[0, \frac{\pi}{2}]$ definiert $\Rightarrow$ Rücksicht nehmen in welchem Quadranten man ist.

*Reminder: Es gilt $\varphi = \omega t$

Die Komplexe Ebene widerspiegelt den Frequenz Raum (Zeiger Raum)

BERECHNUNG VON WECHSELSTROMKREISEN (mit Sinusförmigen Spannungen)



- Wir können also Spannungen/Ströme aus dem Zeitraum $\rightarrow$ Frequenzraum übertragen;

$$i(t) = \underbrace{\hat{I}}_{\text{Amplitude}} \sin(\omega t + \varphi_0) \leftrightarrow \hat{I} e^{j(\omega t + \varphi_0)}$$

- Uns interessiert meist nur der Phasenoffset φ_0

$\Rightarrow$ Wir definieren daher die komplexe Amplitude

$$\underline{\hat{I}} = \hat{I} e^{j\varphi_0}$$

heißt komplex

analog für Spannung

Je nachdem, ob die Spannung / Strom sinus- oder cosinusförmig ist gilt:

$$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi_0) = \operatorname{Re}\{\underbrace{\hat{U} e^{j\varphi_0}}_{\underline{\hat{U}} e^{j\varphi_0}} e^{j\omega t}\}$$

$$\text{bzw. } u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_0) = \operatorname{Im}\{\hat{U} e^{j\omega t}\}$$

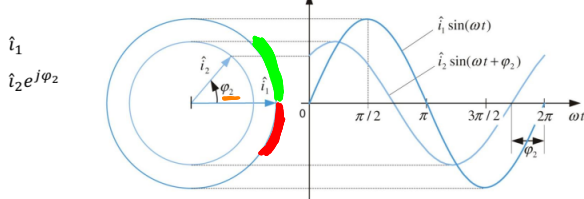
PS:

$$\sin(\omega t + \varphi_0) = \cos(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2})$$

Weiterhin gilt: (wenn $\hat{I}_1$ als referenz)

Zeigernotation

Zeitbereichsnotation



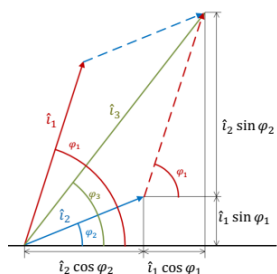
Vorausilehend

Nacheilend

Anmerkung! Spannungs & Stromquellen können wie gewohnt superpositioniert werden.

Geometrische addition von Spannungen/Ströme:

* Dabei müssen φ_n und $\hat{I}_n$ entsprechend skaliert werden



Komplexe addition:

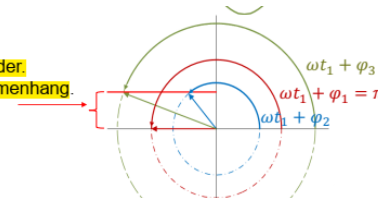
$$\underline{\hat{I}}_3 = \underline{\hat{I}}_1 + \underline{\hat{I}}_2$$

Wir schauen uns hier nur die phasenverschiebung φ_0 und Amplituden $\hat{I}$ zueinander an, nicht den Zustand zu einem bestimmten Zeitpunkt t

Im Zeigerraum:

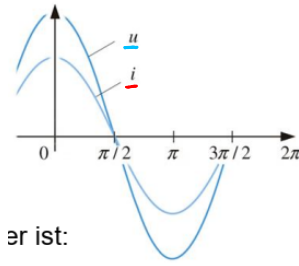
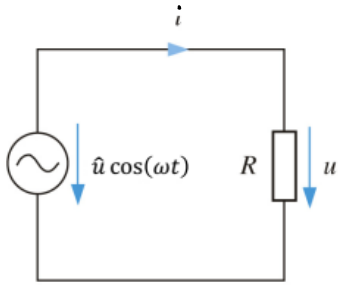
Die Zeiger behalten ihre relative Positionen zueinander.

Man sieht die Amplituden und den zeitlichen Zusammenhang.



KOMPLEXE IMPEDANZEN (frequenzabhängige Widerstände)

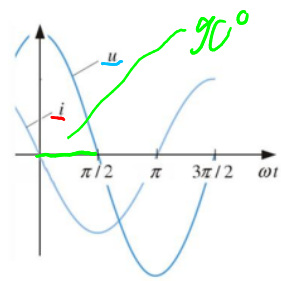
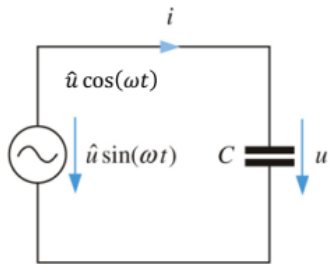
Widerstände: $\Rightarrow \underline{u}$ und $\underline{i}$ in phase



$$\underline{\hat{u}} = R \cdot \underline{\hat{i}}$$

$= \underline{Z}_R$ steht für Impedanz
(R ist nicht von ω bzw f abhängig)

Kapazitäten: von oben wissen wir $\underline{i}$ eilt $\underline{u}$ voraus beim Kondi hergeleitet



$$\underline{u}_{(t)} = \underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t}, \quad \underline{i}_{(t)} = \underline{\hat{i}} e^{j\omega t} = C \frac{d\underline{u}_{(t)}}{dt} = C j\omega \underline{\hat{u}} e^{j\omega t} \Rightarrow \underline{\hat{u}} = \frac{1}{C j\omega} \underline{\hat{i}} = \underline{Z}_C \underline{\hat{i}}$$

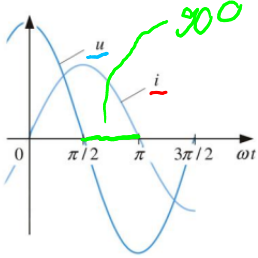
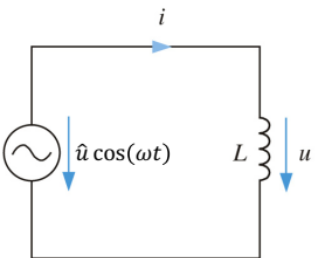
$\Rightarrow \omega \rightarrow 0, \underline{Z}_C \rightarrow \infty$ (Leerlauf)

$\Rightarrow \omega \rightarrow \infty, \underline{Z}_C \rightarrow 0$ (Kurzschluss)

Wobei: $X_C = \frac{-1}{\omega C}$ der kapazitive Blindwiderstand ist

und: $B_C = \omega C$ der kapazitive Blindleitwert

Induktivitäten: von oben wissen wir $\underline{i}$ eilt $\underline{u}$ nach



$$\underline{u}_{(t)} = \underline{\hat{u}} e^{j\omega t}, \quad \underline{i}_{(t)} = \underline{\hat{i}} e^{j\omega t} = \frac{1}{L} \int \underline{u}_{(t)} dt = \frac{1}{L j\omega} \underline{\hat{u}} e^{j\omega t} \Rightarrow \underline{\hat{u}} = L j\omega \underline{\hat{i}} = \underline{Z}_L \underline{\hat{i}}$$

$\Rightarrow \omega \rightarrow \infty, \underline{Z}_L \rightarrow \infty$ (Leerlauf)

$\Rightarrow \omega \rightarrow 0, \underline{Z}_L \rightarrow 0$ (Kurzschluss)

Wobei: $X_L = \omega L$ der Induktive Blindwiderstand ist

und: $B_L = \frac{-1}{\omega L}$ der Induktive Blindleitwert

ANALOGIEN ZUR GLEICHSTROMRECHNUNG

- Was der Leitwert G zum Widerstand R ist, ist die Admittanz Y zur Impedanz $Z \Rightarrow Y = \frac{1}{Z}$
- URI kann verallgemeinert werden zu: $\underline{\hat{u}} = \underline{\hat{z}} \underline{\hat{i}}$

Es gelten nun folgende Beziehungen:

Komponente	Spannung	Strom	Impedanz	Admittanz	Gl.
	$\underline{\hat{u}} = R \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \underline{\hat{u}} / R$	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Y}_R = \frac{1}{R} = G$	(8.28)
	$\underline{\hat{u}} = j\omega L \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \frac{\underline{\hat{u}}}{j\omega L}$	$\underline{Z}_L = j\omega L \stackrel{(8.13)}{=} jX_L$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = jB_L$	(8.29)
				mit $B_L = -\frac{1}{\omega L}$	
	$\underline{\hat{u}} = \frac{1}{j\omega C} \underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = j\omega C \underline{\hat{u}}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$	$\underline{Y}_C = j\omega C \stackrel{(8.15)}{=} jB_C$	(8.30)
				mit $X_C = -\frac{1}{\omega C}$	

Zeitabhängige Spannung	Komplexe Amplitude <i>zeit unabhängig</i>
$\hat{u} \cos \omega t$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u}$
$\hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} e^{j\varphi_u}$
$\hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \cos(\omega t - \pi/2)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} e^{-j\pi/2}$
$\hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u)$	$\underline{\hat{u}} = \hat{u} e^{j(\varphi_u - \pi/2)}$

Weiterhin gilt:

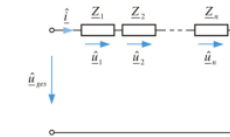
Maschenregel

$$\sum_{\text{Masche}} \underline{\hat{u}}_j = 0$$

Knotenregel

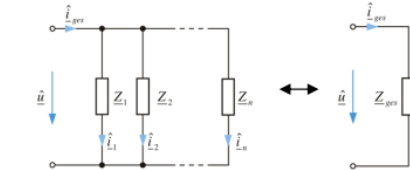
$$\sum_{\text{Knoten}} \underline{\hat{i}}_j = 0$$

Reihenschaltung:
Impedanz-Addition



$$\underline{Z}_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k$$

Parallelschaltung:
Admittanz-Addition



$$\underline{Y}_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_k}$$

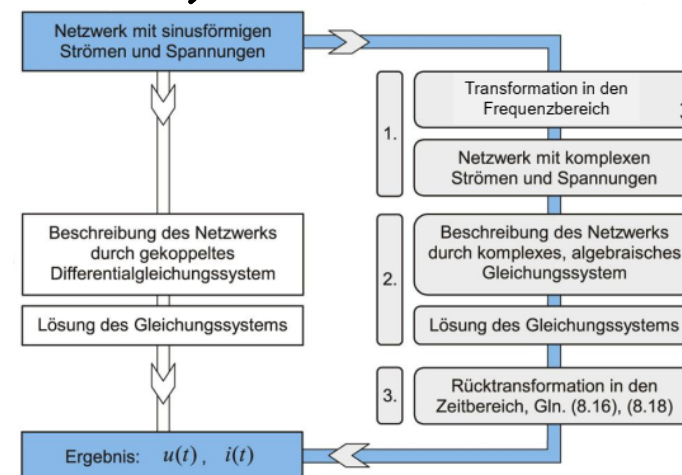
Spannungsteiler

$$\frac{\underline{\hat{u}}_1}{\underline{\hat{u}}_2} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

Stromteiler

$$\frac{\underline{\hat{i}}_1}{\underline{\hat{i}}_2} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_2} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

Neue Vorgehensweise!



(Siehe Vorlesungsslide für Beispiel)

4. Wechselstrom

6 Punkte

Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 7.

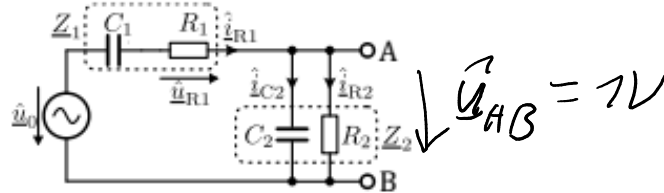


Abb. 7

- (a) Berechnen Sie die komplexen Impedanzen $\underline{Z}_1$, bestehend aus R_1 und C_1 , sowie $\underline{Z}_2$, bestehend aus R_2 und C_2 . (1 P)

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_{C1} = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{R2} \underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_{C2}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{j\omega C_2 R_2 + 1}$$

Lösung:

$$\underline{Z}_1 =$$

$$\underline{Z}_2 =$$

- (b) Für diese Teilaufgabe gelte $R_1 = R_2 = 0.5 \Omega$, $\omega C_1 = \omega C_2 = 1 \text{ S}$. Vervollständigen Sie das Zeigerdiagramm in Abb. 8. Als Messwert sei die Spannung $\underline{u}_{AB} = 1 \text{ V}$ gegeben. Zeichnen Sie die Größen $\underline{u}_{R1}$, $\underline{i}_{R1}$, $\underline{i}_{R2}$, $\underline{i}_{C2}$ ein. Beschriften Sie die Zeiger. Hinweis: Starten Sie mit $\underline{i}_{R2}$ und $\underline{i}_{C2}$. (2 P)

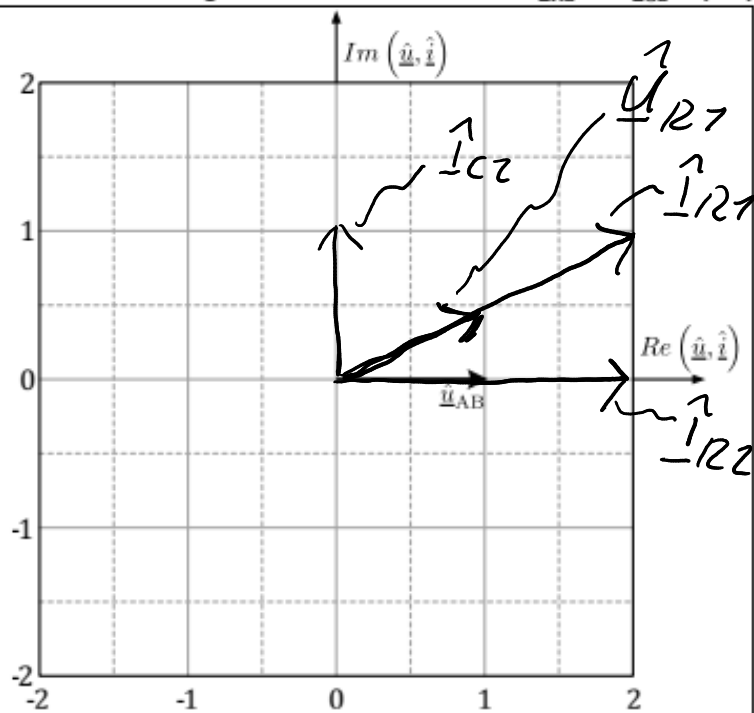


Abb. 8

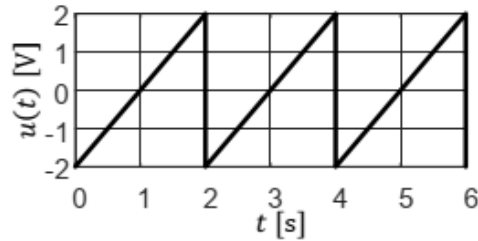
$$\underline{i}_{R2} = \frac{\underline{u}_{AB}}{\underline{Z}_{R2}} = 2$$

$$\underline{i}_{C2} = \frac{\underline{u}_{AB}}{\underline{Z}_{C2}} = \frac{1}{j} = -j$$

→ Strom eilt vor

$$\underline{i}_{R1} = \underline{i}_{C2} + \underline{i}_{R2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \underline{u}_{R1} = \underline{Z}_{R1} \cdot \underline{i}_{R1} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

4. Wechselstrom**9 Punkte**Gegeben sei die zeitabhängige, periodische Spannung $u(t)$ aus Abb. 8.Abb. 8 Zeitabhängige, periodische Spannung $u(t)$.

- (a) Finden Sie die Periodendauer T der Spannung $u(t)$. Geben Sie $u(t)$ als Funktion der Zeit für $0 \leq t < T$ an. (1 P)

T aus diagram $\Rightarrow 2\text{ s}$

$u(t) = 2\frac{V}{s}t - 2V \quad \text{für } t \leq 2$

Lösung:

$T =$

$u(t) =$

- (b) Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{u}$ und Effektivwert U_{eff} der Spannung $u(t)$. Vereinfachen Sie numerische Werte so weit wie möglich. (2 P)

oben ersichtlich, dass $\bar{u} = 0$

(kein sin
 $\Rightarrow$ integral)

$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^2 (2\frac{V}{s}t - 2V)^2 dt} = \sqrt{\frac{16}{3} + 4 - \frac{16}{2}} = \sqrt{\frac{32 + 24 - 48}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} V$

integral lösen: $\int 4t^2 + 4 - 8t dt$
 $= \left[\frac{4}{3}t^3 + 4t - \frac{8}{2}t^2 \right]_0^2 = \frac{32}{3} + 8 - \frac{32}{2}$

Lösung:

$\bar{u} =$

$U_{\text{eff}} =$

Im Folgenden betrachten wir das RLC-Netzwerk in Abb. 9 bestehend aus den Elementen R , L und C . Eine sinusförmige Spannungsquelle $\underline{\hat{u}}_0$ mit Kreisfrequenz ω ist an das Netzwerk angeschlossen. Der Strom $\underline{\hat{i}}_R$ fließt durch den Widerstand R , die Spannung $\underline{\hat{u}}_L$ fällt über der Induktivität L ab.

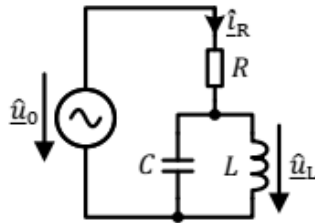


Abb. 9 RLC-Netzwerk

- (c) Berechnen Sie den Strom $\underline{\hat{i}}_R$ und bringen Sie das Resultat in die Form eines einfachen Bruchs von R , C , L und $\underline{\hat{u}}_0$. Verwenden Sie komplexe Wechselstromrechnung. (2.5 P)

$$\Rightarrow \text{Komplex } \underline{Z}_R = R, \quad \underline{Z}_L = j\omega L, \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\Rightarrow \underline{\hat{i}}_R = \frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{Z}_R} \stackrel{(i)}{=} \frac{1 - \omega^2 LC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} \underline{\hat{u}}_0$$

Spannungsteiler:

$$\Rightarrow \underline{\hat{u}}_R = \underline{\hat{u}}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_{\text{tot}}} = \underline{\hat{u}}_0 \frac{R}{R + \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}} = \frac{R - \omega^2 RLC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} \underline{\hat{u}}_0 \stackrel{(i)}{=}$$

$$\underline{Z}_{\text{tot}} = \underline{Z}_R + \frac{\underline{Z}_L \underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = R + \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Lösung: $\underline{\hat{i}}_R =$

setzen ableiten

Legi _____

(c) Aus dem Induktionsgesetz finden wir (Formelsammlung S. 13):

$$\begin{aligned}\hat{u}_1 &= L_{11} \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt} \\ \hat{u}_2 &= L_{22} \frac{di_2}{dt} - L_{21} \frac{di_1}{dt}\end{aligned}$$

⇒ Spule ⇒ Spannung verläuft
 ⇒ $i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_0)$
 ⇒ $i(t) = \text{Im} \{ \hat{I} e^{j\omega t} \}$
 $\hat{u}_2 \cos(\omega t + \varphi_0)$

Nun sei die auf der Primärseite angelegte Spannung $u_1(t) = \text{Re} \{ \hat{u}_1 \cdot e^{j\omega t} \}$. Bestimmen Sie mit komplexer Wechselstromrechnung das Übersetzungsverhältnis $\hat{u} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2}$. (2 P)

Uns interessiert nur $\hat{u}_1$ und $\hat{u}_2$

$$\Rightarrow \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2} = \frac{L_{11} \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}}{L_{22} \frac{di_2}{dt} - L_{21} \frac{di_1}{dt}} = \frac{(L_{11} \hat{I}_1 e^{j\omega t} - L_{12} \hat{I}_2 e^{j\omega t})}{(L_{22} \hat{I}_2 e^{j\omega t} - L_{21} \hat{I}_1 e^{j\omega t})}$$

Inaktivität:

Frei Raum

$$L_{xy} = \frac{N_x N_y}{R_m} = \frac{N_x N_y \mu_0 A}{l_{\text{Luft}}}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\left(\frac{N_1^2 \mu_0 A}{l_1} \hat{I}_1 - \frac{N_1 N_2 \mu_0 A}{l_1} \hat{I}_2 \right)}{\left(\frac{N_2^2 \mu_0 A}{l_2} \hat{I}_2 - \frac{N_2 N_1 \mu_0 A}{l_2} \hat{I}_1 \right)} = \frac{N_1^2 \hat{I}_1 - N_1 N_2 \hat{I}_2}{N_2^2 \hat{I}_2 - N_1 N_2 \hat{I}_1} = \frac{N_1 (N_2 \hat{I}_1 - N_1 \hat{I}_2)}{N_2 (N_2 \hat{I}_2 - N_1 \hat{I}_1)}\end{aligned}$$

Lösung:

$$\hat{u} = -\frac{N_1}{N_2}$$

(d) Beim idealen Transformator gilt:

$$\frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_2} = -\frac{\hat{i}_2}{\hat{i}_1}$$

An der Sekundärseite des Transformators sei gemäss Abb. 14 eine Last R angeschlossen. Was messen Sie für einen Widerstand R_{in} auf der Primärseite? (2 P)

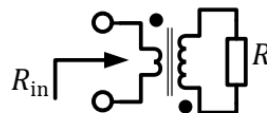


Abb. 14

Lösung:

$$R_{\text{in}} =$$