

ET I Übung 12

Aufbau:

- Fragen zu letzter Woche
 - Nachbesprechen alter Serie
 - Theorie Repetition
- (Pause)
- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
 - Tipps



<https://kursulovicprd.ethz.ch/>

WECHSELSTROM *(viel analogie zu Control Systems)*

Formel/sammlung, S. 13-16

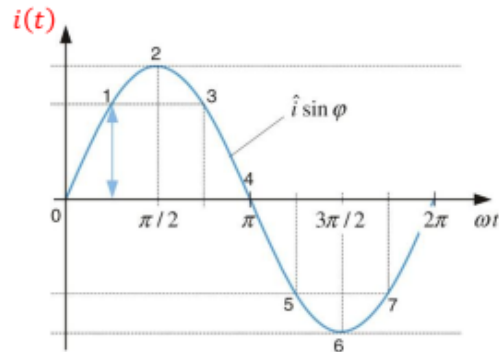
Mindmap

Zeitbereich

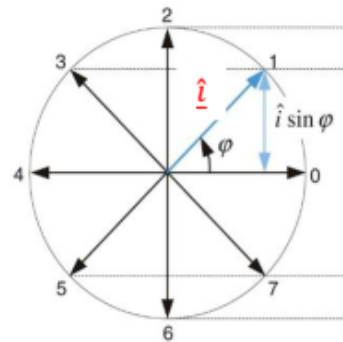


Frequenzbereich

$$i(t) = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi)$$



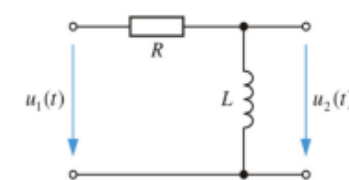
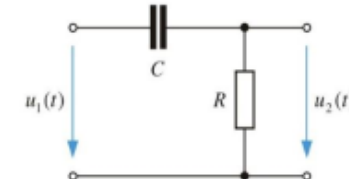
$$= \text{Re}\{\hat{i} \cdot e^{j\omega t}\}$$



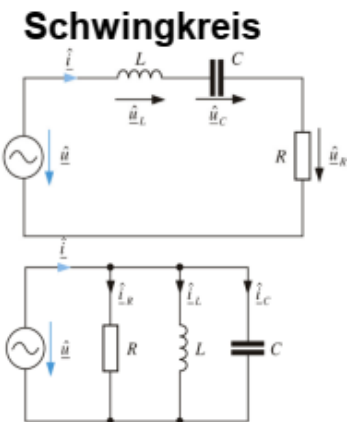
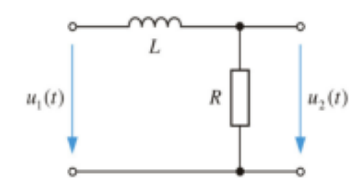
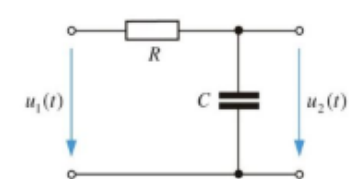
Komponente	Spannung	Strom
	$u(t) = R i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} u(t)$
	$u_L(t) = L \frac{d i_L(t)}{d t}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) d t$
	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) d t$	$i_C(t) = C \frac{d u_C(t)}{d t}$

Komponente	Spannung	Strom	Impedanz
	$\hat{u} = R \hat{i}$	$\hat{i} = \hat{u} / R$	$Z_R = R$
	$\hat{u} = j\omega L \hat{i}$	$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{j\omega L}$	$Z_L = j\omega L \stackrel{(8.13)}{=} jX_L$
	$\hat{u} = \frac{1}{j\omega C} \hat{i}$	$\hat{i} = j\omega C \hat{u}$	$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$ mit $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

Hochpass



Tiefpass



REPETITION

Für Induktivitäten gilt: 

$$u_L = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt$$

Spannung: Voreileitend

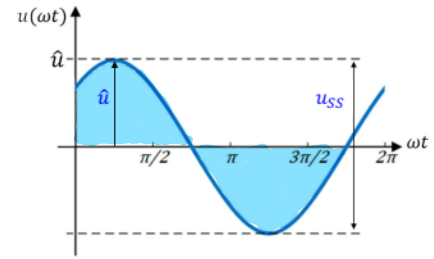
Strom: Nacheitend

Für Kapazitäten gilt: 

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt \quad i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

Strom: Voreileitend

Spannung: Nacheitend



Kenngrößen im Wechselstrom:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) dt$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t)^2 dt}$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

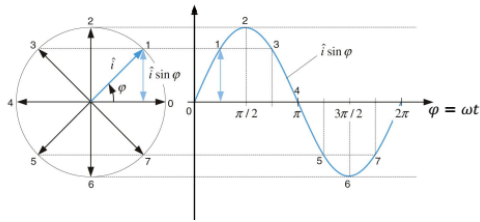
$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

Für Sin: $U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}, I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_0) = \text{Re}\{\hat{u} e^{j\omega t}\}$$

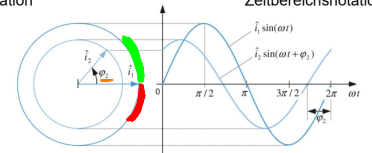
mit: $\hat{u} = \hat{u} e^{j\varphi_0}$

Komplexe Wechselstrom Rechnung!



Zeigernotation

$\hat{i}_1$
 $\hat{i}_2 e^{j\varphi_2}$

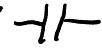


Zeitbereichsnotation

Impedanzen:

Ohmisch: 

$$\hat{u} = R \cdot \hat{i} = \underline{Z}_R \hat{i}$$

Kapazitiv: 

$$\hat{u} = \frac{1}{j\omega C} \hat{i} = \underline{Z}_C \hat{i}$$

kapazitiver Blindwiderstand: $X_C = \frac{-1}{\omega C}$

kapazitiver Blindleitwert: $B_C = \omega C$

Induktiv: 

$$\hat{u} = L j\omega \hat{i} = \underline{Z}_L \hat{i}$$

Induktiver Blindwiderstand: $X_L = \omega L$

Induktiver Blindleitwert: $B_L = \frac{1}{\omega L}$

Admittanzen:

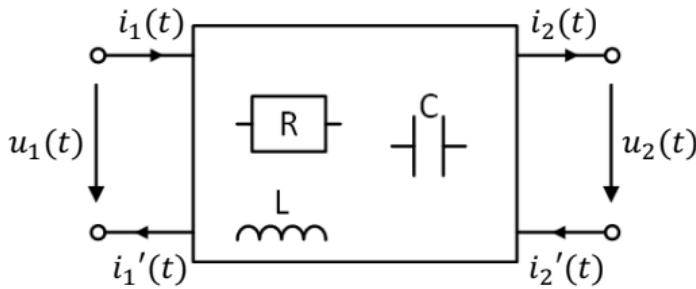
$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

URI Allgemein:

$$\hat{u} = \underline{Z} \hat{i}$$

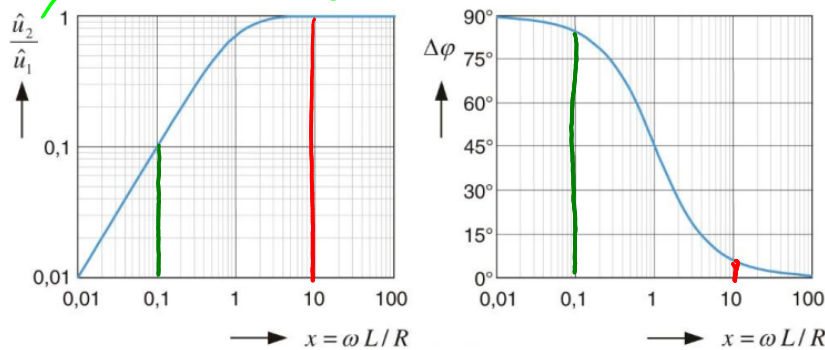
ALLGEMEINES ZU FILTER

- Filter sind **Vierpole** (je 2 Eingangs- & Ausgangsquellen)



- Filter sind **frequenzabhängig** ($\omega = 2\pi f$) à la Control Sys.
- Wir nutzen Ein- & Ausgangsgrößen um eine **Transferfunktion** aufzustellen. $\left(\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = TF \right)$
- Ein- & Ausgangsgrößen unterscheiden sich in **Amplitude** (Betrag/Magnitude) und **Phase**
 ↳ Bode Plots (steht im Zusammenhang mit der komplexen Ebene)

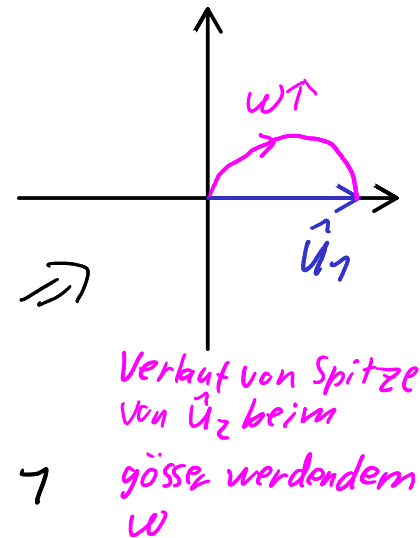
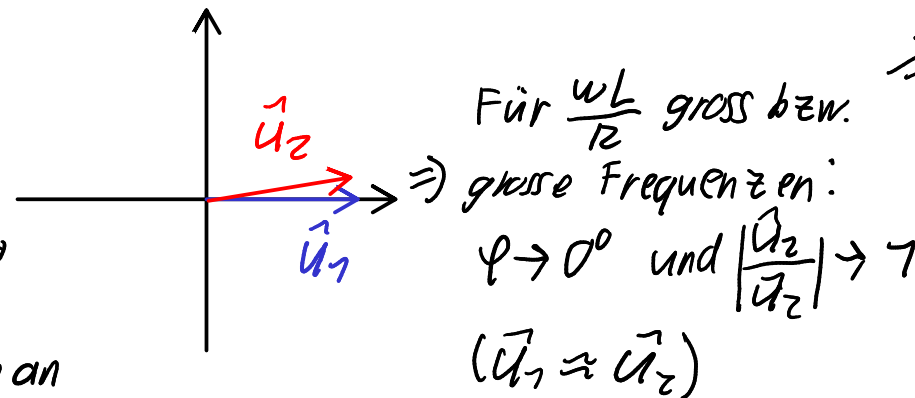
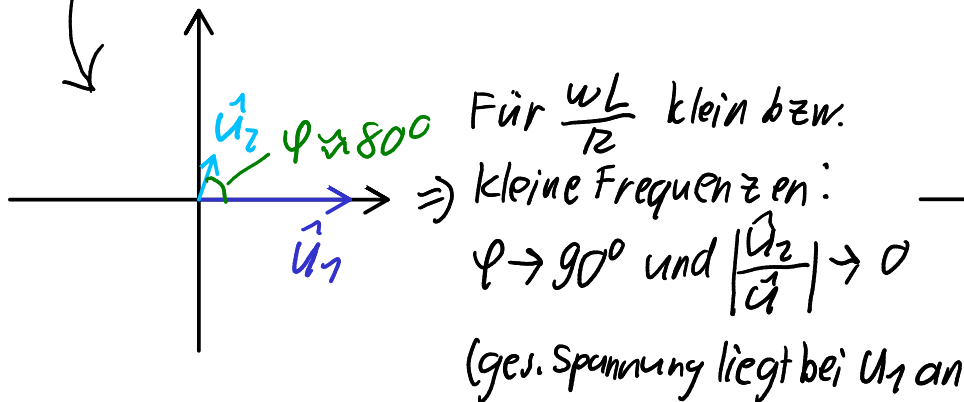
Bsp. Reel $\Rightarrow \left| \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} \right|$ aus dem Komplexen



Wir können $L = \frac{\Phi V}{I}$, $R = \rho \frac{L}{A}$, $\omega = 2\pi f$ verändern.

Wir schauen uns hauptsächlich die 'Änderung von ω für feste L & R an.

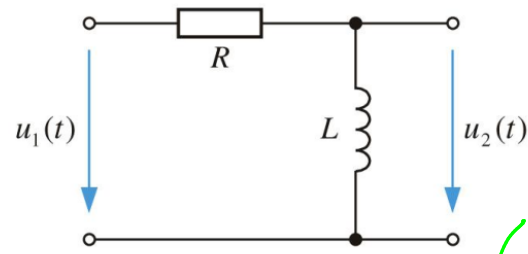
(Im Hinterkopf komplexe Ebene)



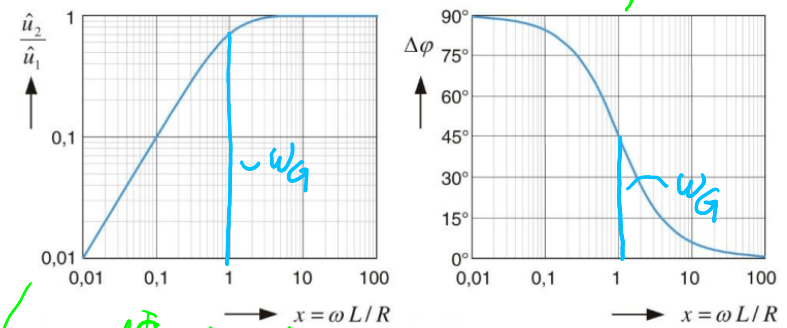
RL-HOCHPASSFILTER

RL: Bestehend aus Widerstand & Induktion

Hochpass: Hohe Frequenzen werden durchgelassen.



Bei Induktivitäten: Spannung Verteilend



u_L = - dPhi/dt, da wird kleiner für hohe freq.

"Bei wkt Stromfluss durch Spule, X_L klein, bei w up X_L gross -> u_2 gross, i_L klein"
dort wo omega L / R = 1

Definition Grenzfrequenz omega_G:

Bei omega_G gilt: u_2/u_1 = 1/sqrt(2) approx 0.707

bzw.: $\left| \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} \right|^2 = \frac{1}{2}$ Spannungsteiler einsetzen
 $\Rightarrow$ nach omega_G auflösen
 $\omega_G = \frac{R}{L}$

und: $\arctan\left(\frac{\omega_G L}{R}\right) = \frac{\pi}{4} \hat{=} 45^\circ$

Reminder: Impedanzen $\underline{Z}_R = R$, $\underline{Z}_L = j\omega L$
Das ist nichts anderes als ein Spannungsteiler:

Siehe Bode Plot liht

Herst komplex
 $\underline{\hat{u}}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \Rightarrow \left| \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} \right| = \dots = \frac{\omega L}{R} \sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2}}$

komplexer Betrag = Länge vom Pfeil

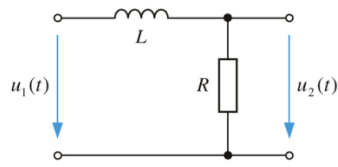
abhängig eit von omega, L, R, wie oben

in Referenz von u_2
 $\Delta\varphi = \angle \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right)$

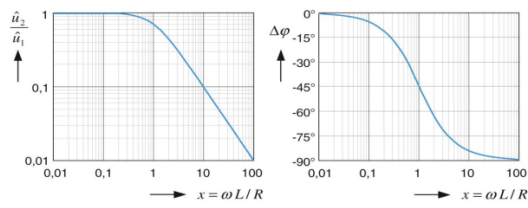
atan(G/A) = ...? idk myself what the logic precisely is

j omega L = A
R = G

Wir können R und L vertauschen und kriegen einen RL-Tiefpass Filter!



mit:

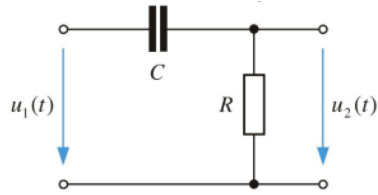


$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L} = \frac{R}{R + j\omega L}$$
$$\Delta\varphi = \angle \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega L}{R}\right)$$

j omega L = G
R = A

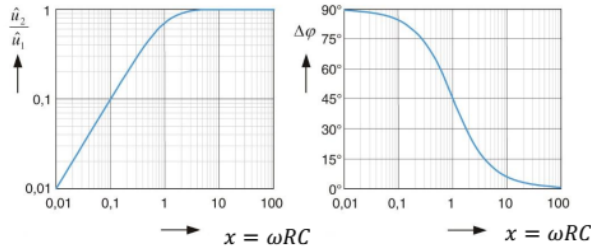
stehts Anordnung prüfen bzw. durchspielen was mit u und i bei omega gross/klein passiert

RC-HOCHPASSFILTER *↪ oft werden RC-Filter eingesetzt*



Analog!

$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1} \Rightarrow \left| \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} \right| = \dots = \frac{\omega RC \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

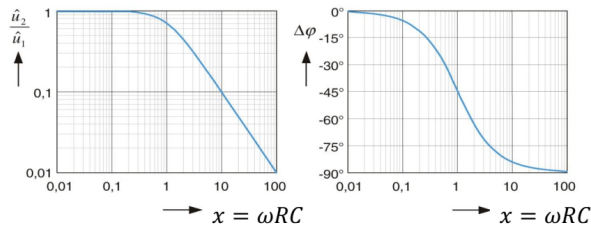
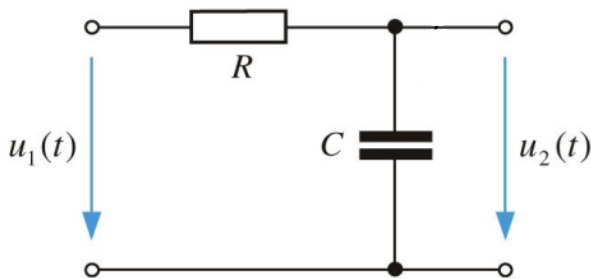


$$\Delta\varphi = \angle \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \alpha \tan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$$

$\hookrightarrow \alpha \tan\left(\frac{G}{A}\right) \Rightarrow \begin{matrix} \rightarrow R \hat{=} A \\ \downarrow \frac{1}{j\omega C} \hat{=} G \end{matrix}$

$$\omega_G = \frac{1}{RC}$$

Und als RC-Tiefpassfilter!

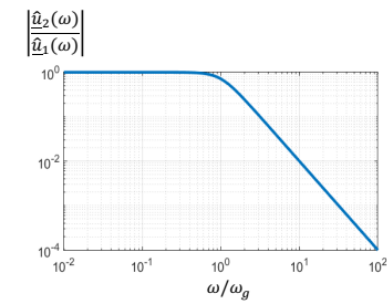


$$\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} = \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

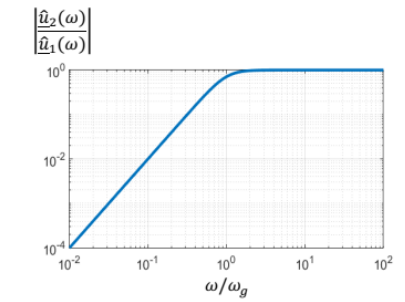
$$\Delta\varphi = \angle \frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_1} = \tan^{-1}(-\omega RC)$$

Generell gibt es folgende Filter

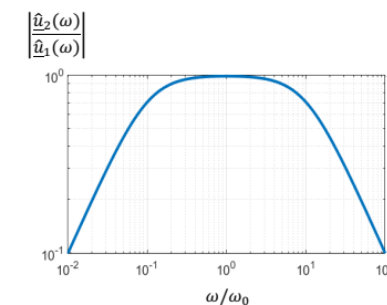
Tiefpass



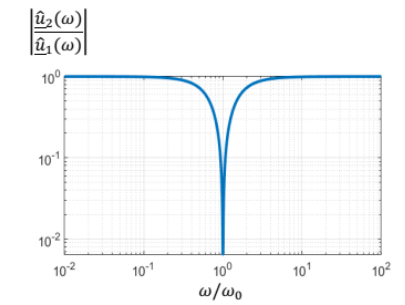
Hochpass



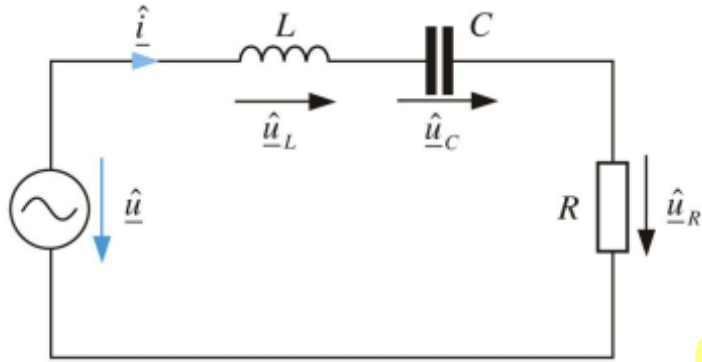
Bandpass



Bandstopp (auch Notch Filter genannt)



RLC-SCHWINGKREIS ~ in Funktechnik (Radio, WLAN, LTE, etc.)



$$\frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{u}}} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{Rj\omega C}{Rj\omega C - \omega^2 LC + 1}$$

$$\left| \frac{\underline{\hat{u}}_R}{\underline{\hat{u}}} \right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \text{ minimal bei } \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

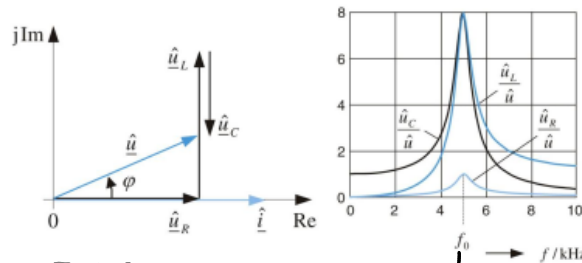
was heisst das ?!

$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_L = -X_C \Rightarrow$ Blindanteile gleich gross
 $\Rightarrow$ heben sich gegenseitig auf!

$\Rightarrow$ nach ω aufgelöst

$\Rightarrow$ Resonanzfrequenz ω_0 !

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



Bei Resonanz gilt: Bei $X_L = -X_C$
 $\hat{u}_L = \hat{u} Q_S$
 $\hat{u}_C = \hat{u} Q_S$
 $\Rightarrow \hat{u}_L = -\hat{u}_C \Rightarrow \hat{u}_L \uparrow, \hat{u}_C \downarrow$

Weiter können wir definieren! (weniger relevant für Prüfung)

Güte: $Q_S = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Bandbreite: $\frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} = \frac{f_0}{Q_S}$

Dämpfung! $d_S = \frac{1}{Q_S}$

Spannungsresonanz! $Q_S \gg 1 \Rightarrow \hat{u}_L, \hat{u}_C \gg \hat{u}$

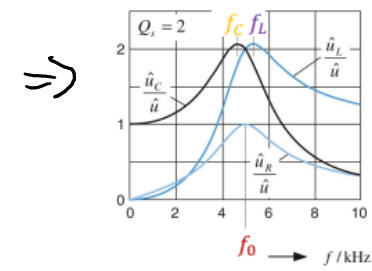
Serieschwingkreis $Q_p = R \sqrt{\frac{C}{L}}$

Anmerkung:

• wenn wir den Spannungsteiler über $\underline{Z}_L$ bzw. $\underline{Z}_C$ ausdrücken und differenzieren, sehen wir, dass

ω_L und $\omega_C \neq \omega_0$ sind. ($\omega_L = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q_S^2}}$)

($\omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q_S^2}}$)



Je grösser $Q_S = \frac{1}{d_S}$ desto näher f_L & f_C an f_0

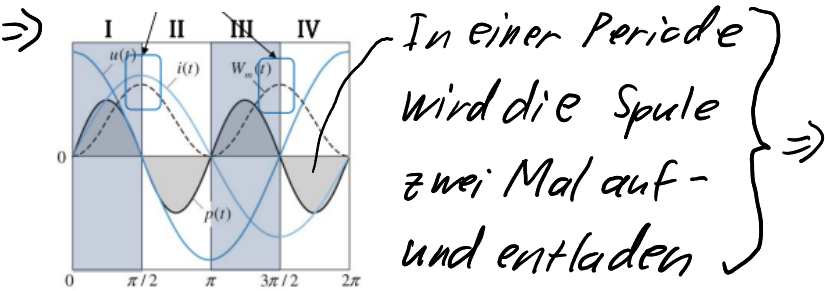
ENERGIE & LEISTUNG

Für Ohmsche Widerstände wissen wir:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \quad (u \text{ und } i \text{ in Phase})$$

Was gilt für Induktivitäten?

• u und i sind um 90° verschoben



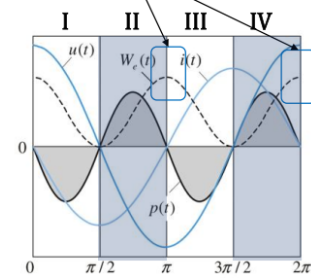
Magnetische Energie

Blindenergie! (bzw. Blindleistung)

Wird weder genutzt noch gespeichert, pendelt einfach

hin und her, aber belastet trotzdem das Netz

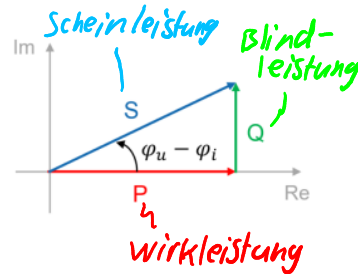
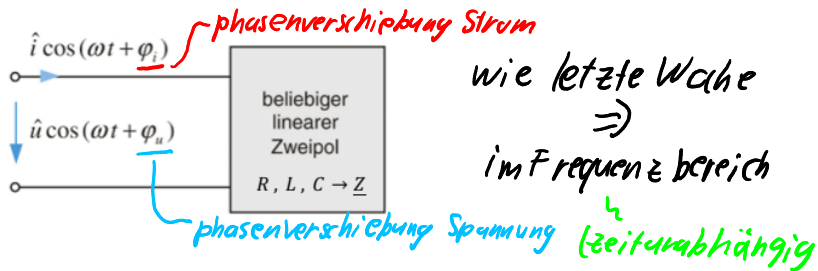
Für Kapazitäten Analog!



$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = 0$$

⇒ Wir müssen also Blindleistungen mitberücksichtigen:

Wechselstromkreis kann Modelliert werden



Mit:

Scheinleistung $S = \frac{1}{2} \hat{u} \cdot \hat{i} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

Komplex: $\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{\hat{u}} \underline{\hat{i}}^* = \underline{Z} I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{\underline{Z}^*} U_{\text{eff}}^2$

komplex konjugiert

und: $|\underline{S}| = S = |P + jQ| = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Bemerkung:

$\uparrow Q_L \Rightarrow Q = Q_L + Q_C$

ist negativ $\Rightarrow -jQ_C$

⇒ Somit: $Q = \text{Im}\{\underline{S}\} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(\varphi_u - \varphi_i)$

$P = \text{Re}\{\underline{S}\} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi_u - \varphi_i)$

$[S] = \text{VA (Voltampere)}, [Q] = \text{VAR (Voltampere reaktiv)}$

$\lambda = \frac{P}{S}$: Leistungsfaktor

* In der Praxis wird die Blindleistung nie wegkompensiert ⇒ Vermeiden von Resonanzschwingungen

5. Wechselstrom

8 Punkte

- (a) Abb. 15 zeigt ein Blockdiagramm bestehend aus einem Sensor und einem Regler. Ihr stellt fest, dass das Ausgangssignal des Sensors viel hochfrequentes Rauschen besitzt und deshalb euer Regelalgorithmus nicht funktioniert. Mit welchen der folgenden Schaltungen kann das hochfrequente Störsignal rausgefiltert werden? (1 P)

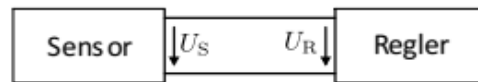


Abb. 15

⇒ Tiefpass Filter

- | | |
|-----------------------------|--|
| ☐ HP | ☐ d |
| ☐ HP | ☒ TP |
| ☐ d | ☐ 0/HP |

- (b) In Abb. 16 wird eine konstante Stromquelle zum Zeitpunkt t_1 eingeschaltet (S_1 schliesst sich), wobei S_2 offen bleibt. Zum Zeitpunkt t_2 wird S_1 geöffnet und S_2 geschlossen. Wie sieht der Stromverlauf $i_C(t)$ und Spannungsverlauf $u_C(t)$ aus? (1.5 P)

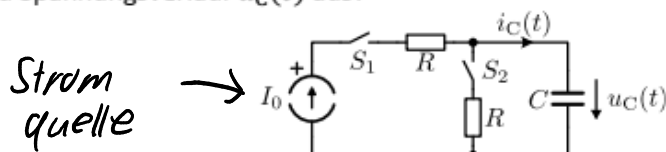


Abb. 16

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------|
| ☐ | ☐ |
| ☒ | ☐ |

- (c) Ein RLC Serie-Schwingkreis soll eine Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 3 \text{ kHz}$ haben. Der Widerstand beträgt $R = 100 \Omega$ und die kapazitive Impedanz $Z_C = -j30 \Omega$. Wie gross muss die Induktivität der Spule sein? (1 P)

Bei Resonanzfreq. gilt:

$$X_C = -X_L, \quad Z_C = -j30 \Omega = jX_L$$

$$\Rightarrow X_L = \omega L = +30 \Omega \Rightarrow L = \frac{30}{3000} = 10 \text{ mH}$$

☐ 3.7 nH

☐ 3.3 μH
☐ 300 μH
☒ 10 mH

- (d) Bestimme das Verhalten der Spannung $\hat{u}_{AB}$ in Abb. 17 bei Gleichspannung und bei hohen Frequenzen. (1 P)

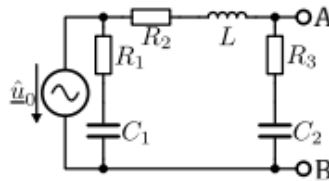
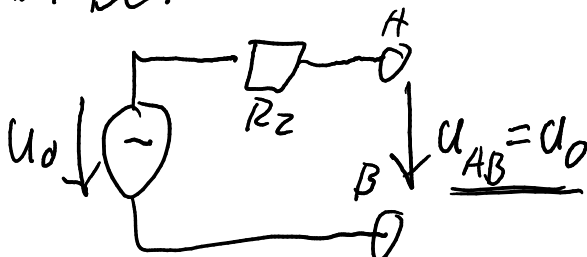


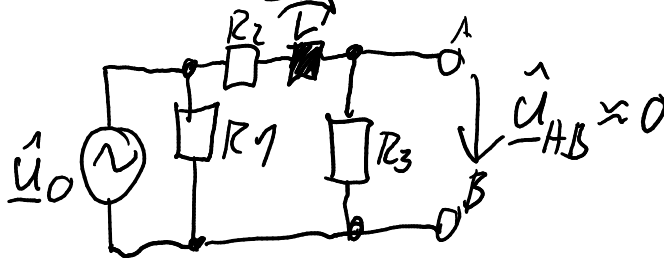
Abb. 17

Bei DC:



Lösung:

Bei $\omega \uparrow$: $\hat{u}_L \approx \hat{u}_0$



(e) Bestimme die Übertragungsfunktion $H(\omega) = \hat{u}_{AB}(\omega)/\hat{u}_0(\omega)$ der Schaltung in Abb. 17. (1.5 P)

$\hat{u}_0$

$\Rightarrow$ Spannungsteiler!

$$\frac{\hat{u}_{AB}}{\hat{u}_0} = \frac{Z_{R_3} + Z_{C_2}}{Z_{R_3} + Z_{C_2} + Z_{R_2} + Z_{L_2}} = \frac{R_3 + \frac{1}{j\omega C_2}}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2 + j\omega L}$$

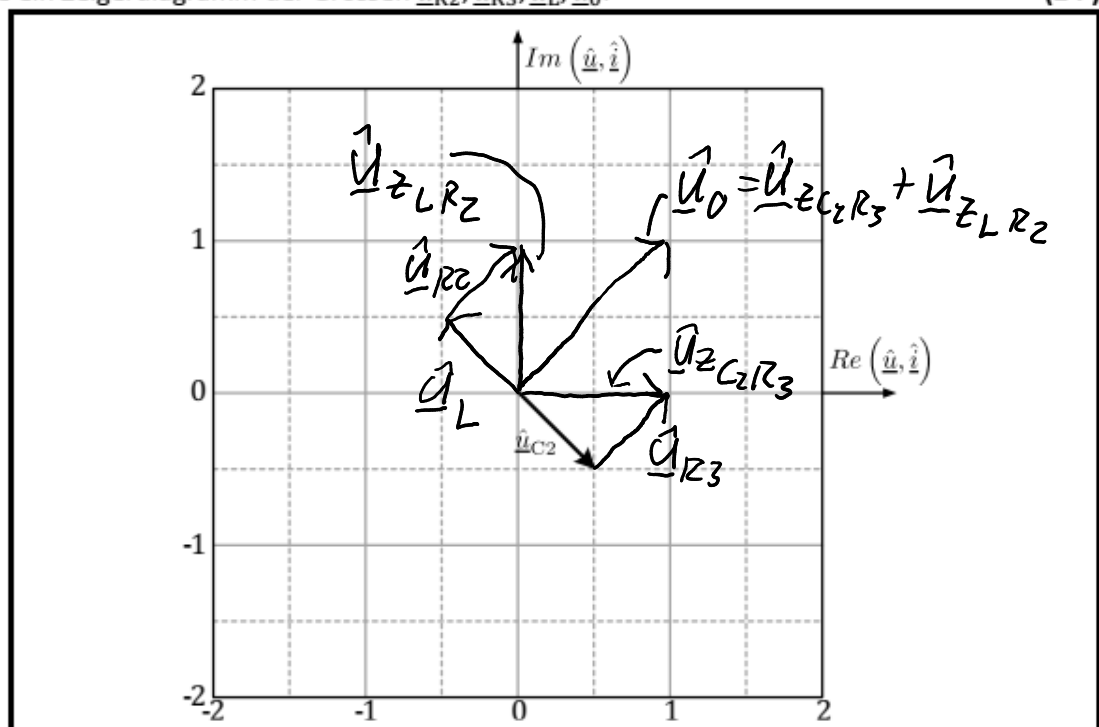
Lösung:

$$= \frac{j\omega R_3 C_2 + 1}{j\omega R_3 C_2 + 1 + j\omega R_2 C_2 - \omega^2 LC} = H(\omega)$$

$j\omega(R_3 + R_2)C_2$

(f) Für die Schaltung in Abb. 17 gilt $R_1 = R_2 = R_3 = X_L = -X_{C1} = -X_{C2} = 1 \Omega$, gegeben ist $\hat{u}_{C2}$. Zeichne ein Zeigerdiagramm der Größen $\hat{u}_{R2}$, $\hat{u}_{R3}$, $\hat{u}_L$, $\hat{u}_0$. (2 P)

Lösung:



Kondi.: Spannung nachfolgend
Ind.: Spannung vorliegend