

ET I Übung 4

Aufbau:

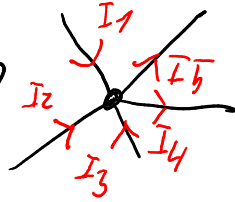
- Zusammenfassung letztes Mal
- Nachbesprechen alter Serie
- Theorie Repetition
- Alte Prüfungsaufgabe zusammen (Pause)
- Selber lösen + Fragen + Tipps



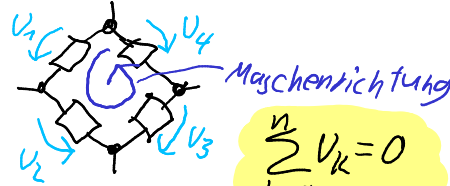
n.ethz.ch/~kursulovic

WAS WIR ÜBER NETZWERKE GELEHRT HABEN 1

- Kirchhofsche Regeln



$$\sum_{k=0}^n I_k = 0$$

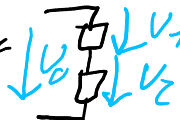


$$\sum_{k=0}^n V_k = 0$$

- Widerstände  und 

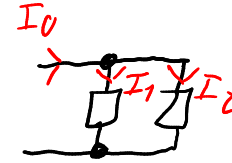
$$R_{1||2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2$$

- Spannungsteiler 

$$V_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- Stromteiler



$$I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

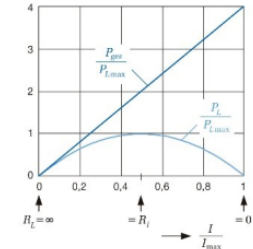
EINFACHE ELEKTRISCHE NETZWERKE 2

Formelsammlung, S.4-7

Mindmap 2



Lineare Spannungs- und Stromquellen
Gleichspannungsquellen in der Praxis

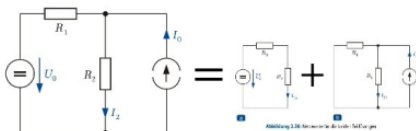


Quellen und Verbraucher

Leistungsanpassung $R_i = R_L$
Spannungsanpassung $R_i \ll R_L$
Wirkungsgrad

Überlagerungsprinzip

Superposition bei mehreren Quellen

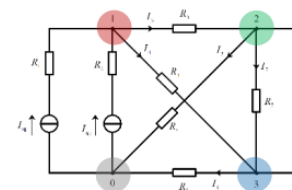


Analyse umfangreicher Netzwerke

Systematisches Vorgehen
Knotenpotentialverfahren

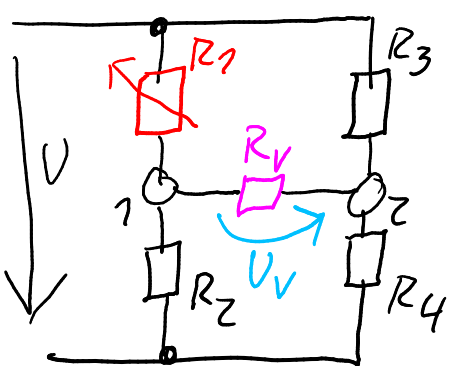
Thévenin- und Nortonäquivalent

Zusammenfassung komplizierter Quellen



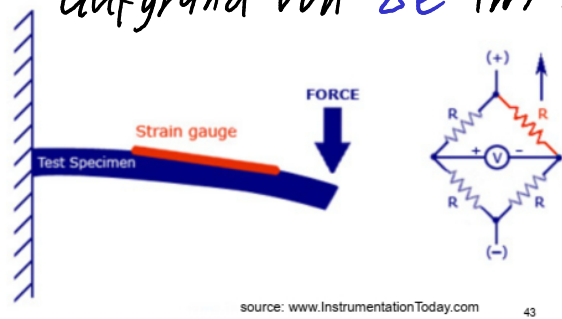
$$\begin{bmatrix} G_3 + G_4 & -G_3 & -G_4 \\ -G_3 & G_3 + G_5 + G_7 & -G_7 \\ -G_4 & -G_7 & G_4 + G_6 + G_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} + I_{q2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

WHEATSTONE-BRÜCKE (FÜR MESSUNGEN) — zwei Spannungsteiler ⇒ man kann Spannungsteiler Formel auf beide Hälften verwenden



In einer Wheatstone-Brücke kann die Spannungsänderung ΔU_v zwischen Klemmen 1&2 schon bei kleinen Änderungen von R_1 gemessen werden.
 ⇒ Bestimmung von $R_1 \Rightarrow \Delta e$

Bsp. Kräftermessung durch ΔR aufgrund von Δe im Material



Hoch-Präzisions Messgerät ⇒ >10k CHF
 Force sensors

- Multi-axis load cells

Example: piezoresistive 6 DOF force/torque sensor

- Resistors are printed on a steel substrate -> higher forces
- 3 Wheatstone bridges (1 per force axis)

tension: R_t
 compression: R_c

sensitive resistors on weak points where deformation is maximal

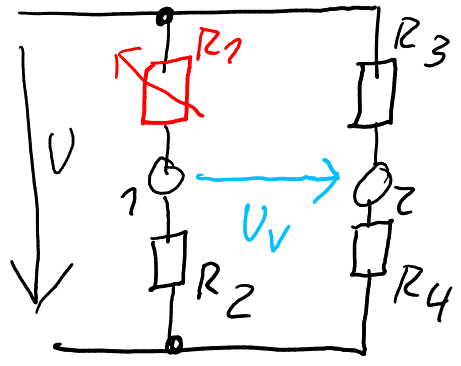
ETH zürich

Jacq et al. 2010

EPFL

RELAB
 REHABILITATION ENGINEERING LAB

Ideal wäre:



...doch Spannungsmessgeräte haben einen (hohen) Innenwiderstand ☹️

Dann würde gelten:

$U_v = 0$

wenn:

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

Um Wheatstone-Brücken zu berechnen sind folgende Konzepte hilfreich:

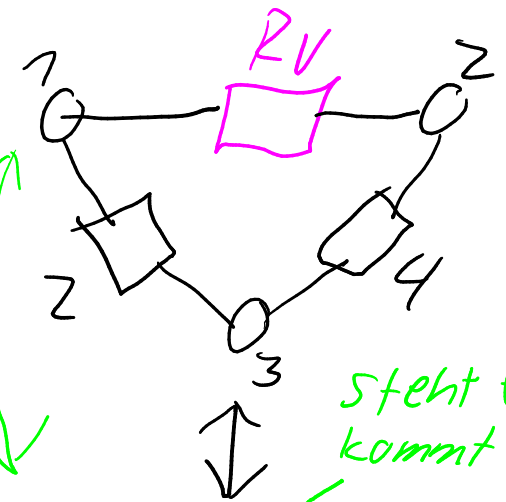
- Spannungsteiler
- Maschenregel

STERN-DREIECKS UMWANDLUNG

— Wird vor allem in der Starkstromtechnik verwendet für Trafos & Motoren Umschaltungen
 Falls du mehr erfahren willst komm zu mir nach vorne oder schreib mir eine Mail.

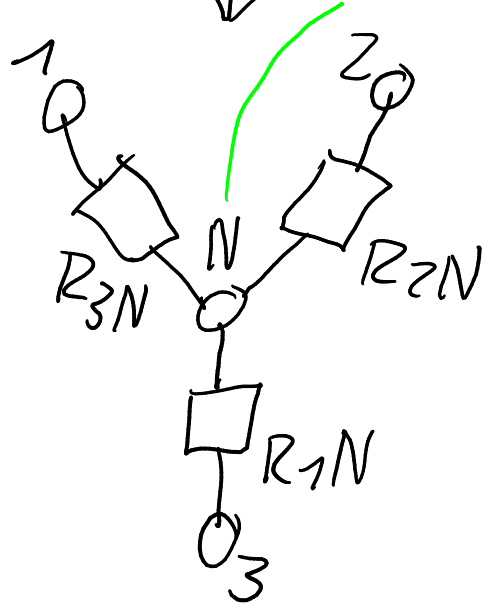
Beachte die Klemmen!

Dreieck

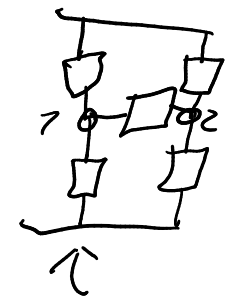


steht für "Neutralleiter"
 kommt aus der Starkstromtechnik

Stern

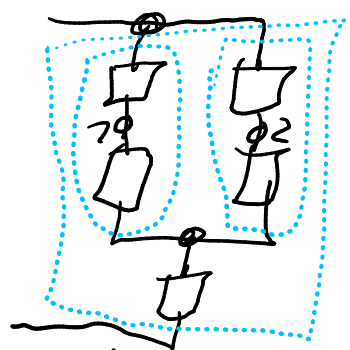


Aber Wieso?



kein einfacher Spannungsteiler

+ Maschenregel



3 einfache Spannungsteiler

Dreieck → Stern

$$R_{1N} = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{2N} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{3N} = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Stern → Dreieck

$$R_{12} = R_{1N} + R_{2N} + \frac{R_{1N}R_{2N}}{R_{3N}}$$

$$R_{23} = R_{2N} + R_{3N} + \frac{R_{2N}R_{3N}}{R_{1N}}$$

$$R_{31} = R_{1N} + R_{3N} + \frac{R_{1N}R_{3N}}{R_{2N}}$$

SPANNUNGS- & STROMQUELLEN

Wieviel Spannung bzw. Strom eine Quelle liefern kann ist begrenzt $\Rightarrow$ lineare Quelle

Realistischer: Jede Quelle hat einen Innenwiderstand R_i

lineare Spannungsquelle:



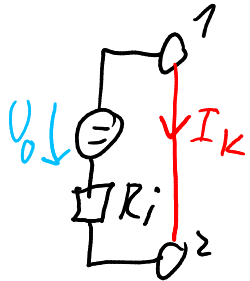
In Serie

Leerlaufspannung:

$$U_{120} = U_0$$

Leerlaufstrom:

$$I_{120} = 0$$



Kurzschlussspannung:

$$U_{12K} = 0 \Rightarrow U_i = U_0$$

Kurzschlussstrom: ∇

$$I_{12K} = I_i = I_K = \frac{U_0}{R_i}$$

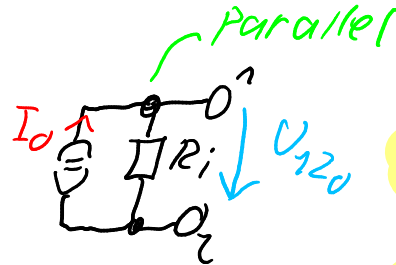
$\rightarrow$ Kann stark aufheizen,
da R_i klein $\Rightarrow I_K$ gross!

$$\Rightarrow P_K = U_0 I_K$$

$\Rightarrow$ Nie kurzschliessen

Besseres Batterie Modell:

lineare Stromquelle:



Leerlaufstrom:

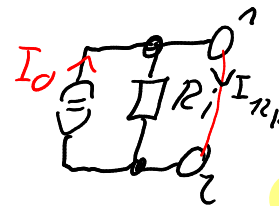
$$I_{120} = 0 \Rightarrow I_i = I_0$$

Leerlaufspannung:

$$U_{120} = U_i = I_0 R_i \quad \nabla$$

$\Rightarrow$ Da R_i gross kann hohe Spannungen U_{120}
an Klemmen erzeugen und (wegen dem
"hochregeln" der Spannung U_{120}) sich selbst
zerstören

- $\Rightarrow$ Wackelkontakt vermeiden
- $\bullet$ Nur unter Last laufen lassen



Kurzschlussstrom:

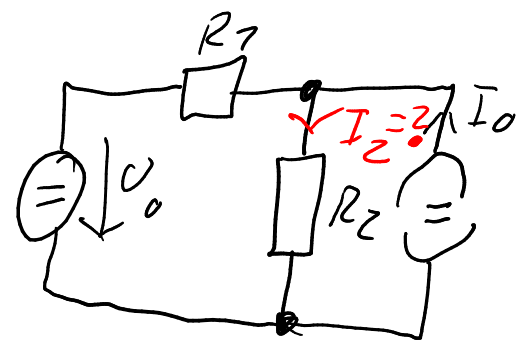
$$I_{12K} = I_0 \Rightarrow R_i \text{ wird überbrückt}$$

$$U_{12K} = 0$$

MEHRERE QUELLEN

Stromkreise können mehrere Quellen aufweisen $\Rightarrow$ wir ziehen das **Superpositionsprinzip** herbei

Ausgangslage:

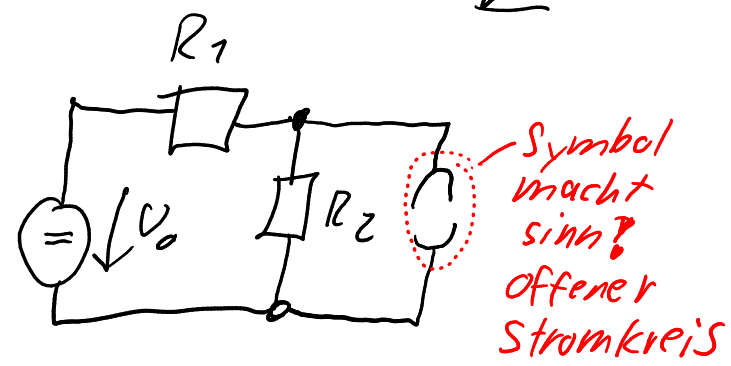


Wichtig! Dies gilt für jede Quelle! Wenn du also n Quellen hast, so musst du auch n Stromkreise anschauen und superpositionieren

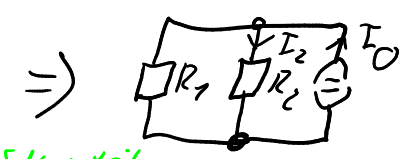
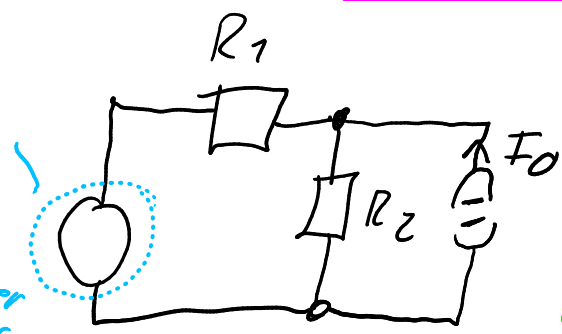
Stromquelle ausschalten!

Spannungsquelle ausschalten!

Identische Quellen	Leerlaufspannung	Kurzschlussstrom	Innenwiderstand
Serienschaltung	$U_{0,n} = n U_0$	$I_{K,n} = I_K$	$R_{i,n} = n R_i$
Parallelschaltung	$U_{0,n} = U_0$	$I_{K,n} = n I_K$	$R_{i,n} = \frac{R_i}{n}$



Auch hier Symbol macht sinn! geschlossener Stromkreis



Stromteiler
 $\Rightarrow I_{2,2} = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

$\Rightarrow$ $\Rightarrow I_{2,1} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$

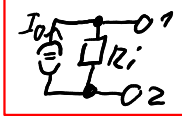
$$\underline{\underline{I_2 = I_{2,1} + I_{2,2}}} \\ = \frac{1}{R_1 + R_2} (U_0 + I_0 R_1)$$

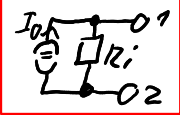
THÉVENIN- & NORTONÄQUIVALENT

Thévenin-Theorem:

Jede elektrische Schaltung mit $\oplus, \ominus, -\square$ kann als  dargestellt werden.

Norton-Theorem:

Jede elektrische Schaltung mit $\oplus, \ominus, -\square$ kann als  dargestellt werden.

$\Rightarrow$ Jede  kann als  dargestellt werden und vice versa.

Rezept: Beachte Superpos. bei mehreren Quellen

Von allgemeinem Netzwerk zum Thévenin-Äquivalent:

1. Leerlaufspannung U_0 an den Klemmen 1 & 2 bestimmen.
2. Innenwiderstand R_i aus Sicht der Klemmen 1 & 2 bestimmen*

Von allgemeinem Netzwerk zum Norton-Äquivalent:

1. Kurzschlussstrom I_k durch den Klemmen 1 & 2 bestimmen.
2. Innenwiderstand R_i aus Sicht der Klemmen 1 & 2 bestimmen*

* Bei der Bestimmung von R_i sind alle Spannungsquellen bzw. Stromquellen kurz zu schließen bzw. zu öffnen.

(c) Berechne den Strom I_1 des Netzwerks in Abb. 5.

(3 P)

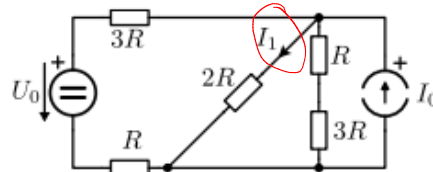
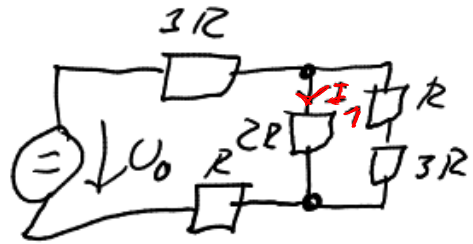


Abb. 5

Superpos. U_0 :

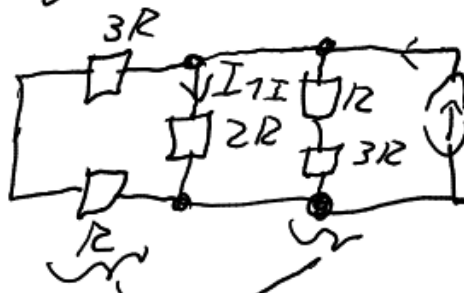
URI:

$$\Rightarrow \underline{I_{1U}} = \frac{U_1}{2R} = \frac{\frac{2}{3}}{(\frac{4}{3} + 4)} U_0 = \frac{2}{4+7R} \frac{U_0}{R} = \frac{7}{8} \frac{U_0}{R}$$

Spannungsteiler:

$$U_1 = \frac{4R \cdot 2R}{(4+2)R} = \frac{4}{3} R \Rightarrow U_1 = \frac{\frac{4}{3} R}{(\frac{4}{3} + 4) R} \cdot U_0$$

3R und R
können
als ein Wider-
stand betrachtet
werden

 I_0 :

Stromteiler:

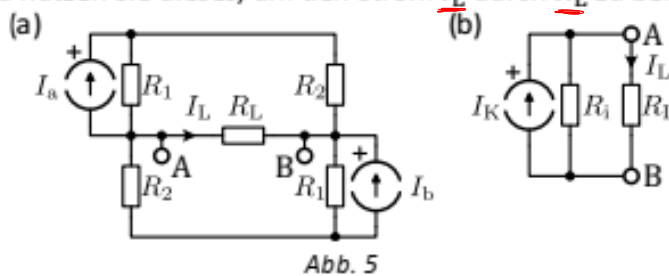
$$I_{1I} = \frac{I_0}{2}$$

 $4R/2 = 2R \Rightarrow \text{alle gleich}$

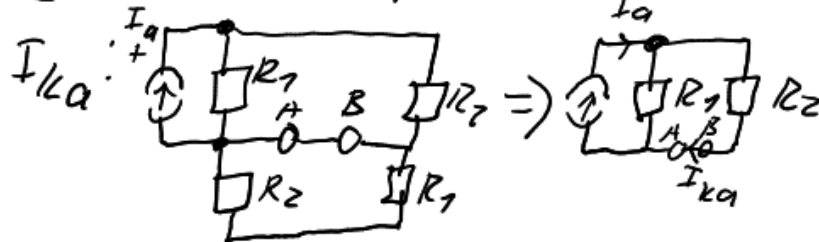
$$\Rightarrow \underline{\underline{I_1 = I_{1I} + I_{1U} = \frac{I_0}{2} + \frac{7}{8} \frac{U_0}{R}}}$$

Lösung:

(d) Betrachten Sie die Brückenschaltung in Abb. 5(a). Zwischen den Ausgangsklemmen A und B ist ein Widerstand R_L angeschlossen. Transformieren Sie die übrigen Elemente in ein Norton-Äquivalent gemäss Abb. 5(b) und nutzen Sie dieses, um den Strom I_L durch R_L zu berechnen. (4 P)

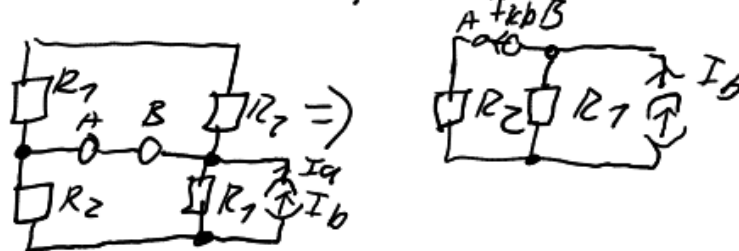


I_K bestimmen: Superpos:



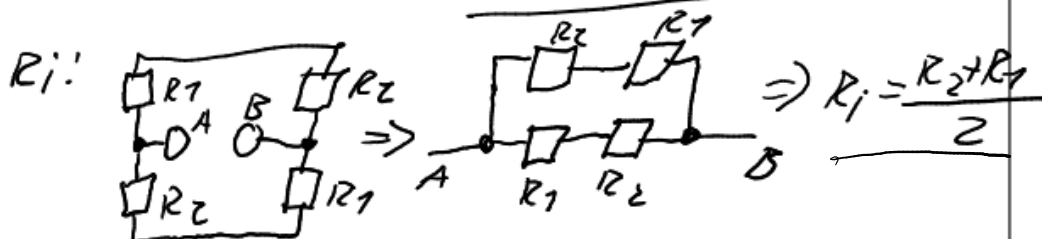
$$\Rightarrow \text{Stromteiler: } I_{K_a} = I_a \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

I_{K_b} :



$$\text{Da von A nach B} \quad I_{K_b} = I_b \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

$$\Rightarrow I_K = -(I_{K_a} + I_{K_b}) = -\frac{R_1}{R_2 + R_1} (I_a + I_b)$$



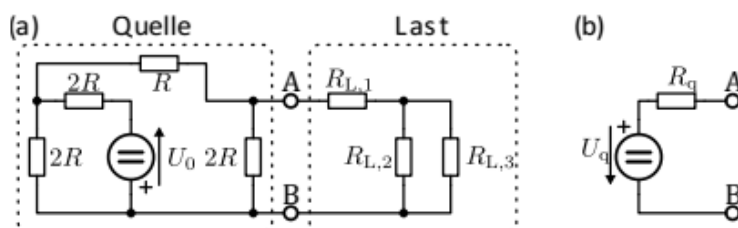
I_L : Stromteiler:

$$I_L = I_K \frac{R_i}{R_i + R_L} = -\frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot \frac{\frac{R_2 + R_1}{2}}{\frac{R_2 + R_1}{2} + R_L} (I_a + I_b)$$

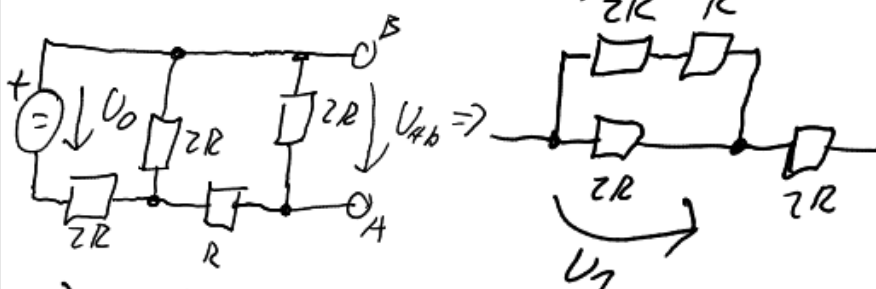
Lösung:

$$I_L = - \frac{R_1 (I_a + I_b)}{R_2 + R_1 + 2R_L}$$

(d) Berechne das Thevenin-Äquivalent (U_q , R_q) der Quelle in Abb. 6(a) wie in Abb. 6(b) gezeigt. (2.5 P)



1. Leerlauf Spannung:



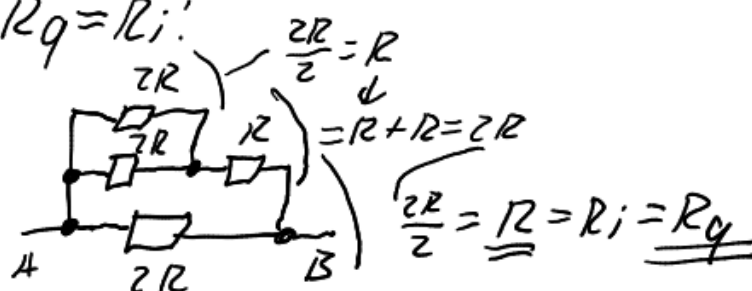
$\Rightarrow 2 \times$ Spannungsteiler:

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{\frac{3R \cdot 2R}{3R + 2R}}{\frac{3R \cdot 2R}{3R + 2R} + 2R} = \frac{\frac{6}{5}R}{\left(\frac{6}{5}R + 2R\right)} U_0 = \frac{6}{6+10} U_0 = \frac{3}{8} U_0$$

Lösung:

$$\Rightarrow U_{AB} = \frac{2R}{R+2R} \cdot U_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} U_0 = \frac{1}{4} U_0 \Rightarrow U_q = -\frac{U_0}{4}$$

$R_q = R_i$:



Tips!

1. Übe umzeichnen, versuche es so zu zeichnen, dass für dich Strom & Spannungsteiler leicht erkennbar sind.

2. Man kann Spannungsteiler und die Maschenregel verwenden.

Änderung pro Dehnung: $\frac{d \text{ Spannung}}{d \text{ Dehnung}}$

3. Mehrere Quellen $\Rightarrow$ Superpos.

Stromteiler

Wie unterscheiden sich die beiden I_L parallel und I_L seriell?