

ET I Übung 5

Aufbau:

- Zusammenfassung Netzwerke
- Nachbesprechen alter Serie
- Theorie Repetition

(Pause)

- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
- Selber lösen + Fragen + Tipps



n.ethz.ch/~kursulovic

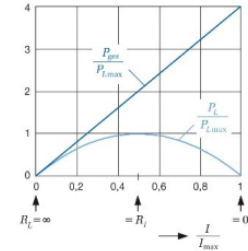
EINFACHE ELEKTRISCHE NETZWERKE 3

Formelsammlung, S.4-7

Mindmap 2



Lineare Spannungs- und Stromquellen
Gleichspannungsquellen in der Praxis



Quellen und Verbraucher

Leistungsanpassung $R_i = R_L$
Spannungsanpassung $R_i \ll R_L$
Wirkungsgrad

Überlagerungsprinzip

Superposition bei mehreren Quellen

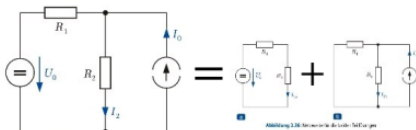
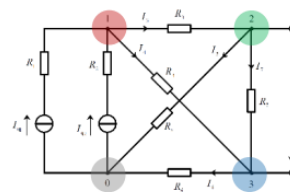


Abbildung 3.35: Überlagerung von Quellen

Analyse umfangreicher Netzwerke

Systematisches Vorgehen
Knotenpotentialverfahren

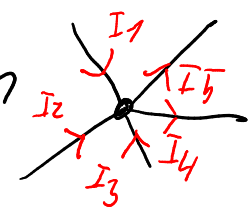


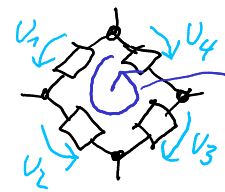
$$\begin{bmatrix} G_3 + G_4 & -G_3 & -G_4 \\ -G_3 & G_3 + G_5 + G_7 & -G_7 \\ -G_4 & -G_7 & G_4 + G_6 + G_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} + I_{q2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Thévenin- und Nortonäquivalent

Zusammenfassung komplizierter Quellen

WAS WIR ÜBER NETZWERKE GELEHRT HABEN 1

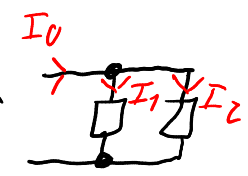
- Kirchhofsche Regeln**


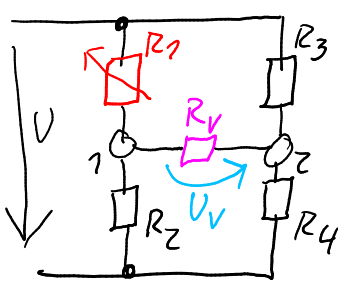
$$\sum_{k=0}^n I_k = 0$$


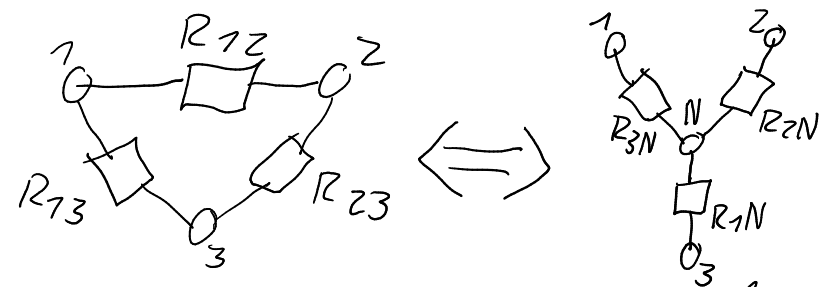
$$\sum_{k=0}^n U_k = 0$$
- Widerstände**  und 

$$R_{1||2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{1z} = R_1 + R_2$$
- Spannungsteiler** 

$$U_z = U_0 \cdot \frac{R_z}{R_1 + R_z}$$
Stromteiler 

$$I_z = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_z}$$
- Wheatstone-Brücke**


$$U_V = 0 \text{ wenn! } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$
- Stern-Dreiecksumwandlung**


Dreieck → Stern

$$R_{1N} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

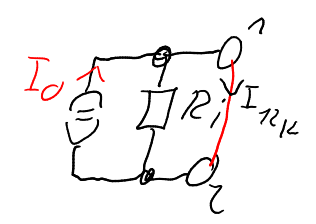
$$R_{2N} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{3N} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Stern → Dreieck

$$R_{12} = R_{1N} + R_{2N} + \frac{R_{1N} R_{2N}}{R_{3N}}$$

$$R_{23} = R_{2N} + R_{3N} + \frac{R_{2N} R_{3N}}{R_{1N}}$$

$$R_{31} = R_{1N} + R_{3N} + \frac{R_{1N} R_{3N}}{R_{2N}}$$
- Lineare Strom- & Spannungsquellen**


Leerlaufstrom:

$$I_{120} = 0 \Rightarrow I_i = I_0$$

Leerlaufspannung:

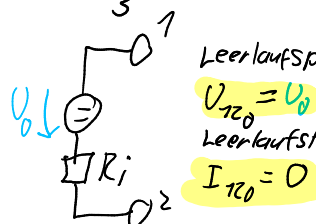
$$U_{120} = U_i = I_0 R_i$$

Kurzschlussstrom:

$$I_{12K} = I_0$$

Kurzschlussspannung:

$$U_{12K} = 0$$



Leerlaufspannung:

$$U_{120} = U_0$$

Leerlaufstrom:

$$I_{120} = 0$$

Kurzschlussspannung:

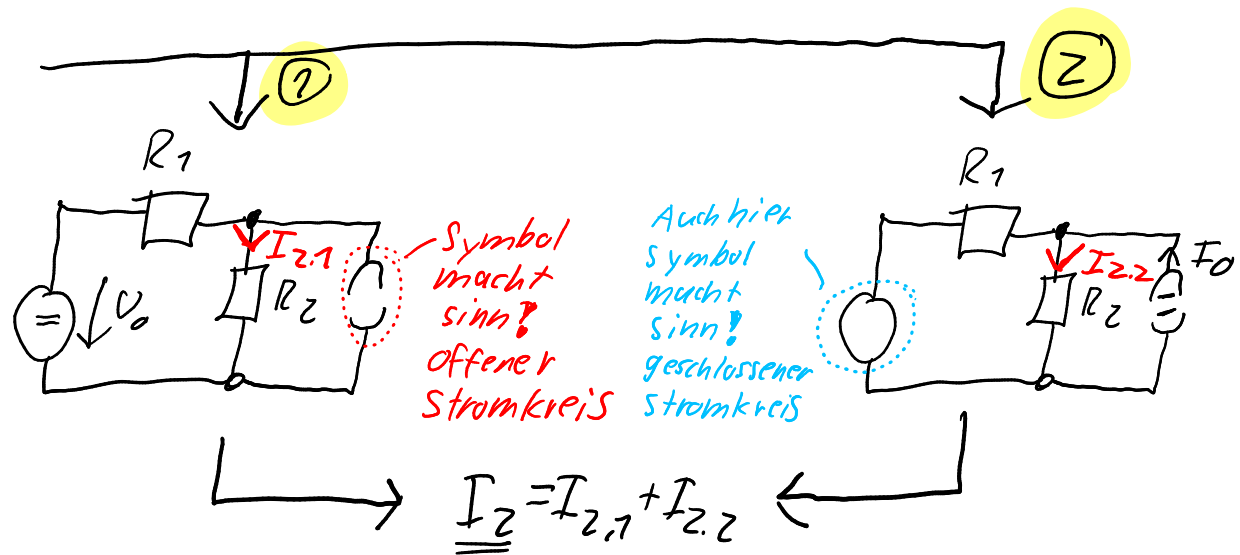
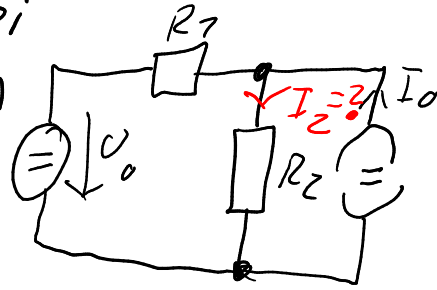
$$U_{12K} = 0 \Rightarrow U_i = U_0$$

Kurzschlussstrom:

$$I_{12K} = I_i = I_K = \frac{U_0}{R_i}$$

WAS WIR ÜBER NETZWERKE GELERNT HABEN 2

- Superposition bei mehreren Quellen



Identische Quellen	Leerlaufspannung	Kurzschlussstrom	Innenwiderstand
Serienschaltung	$U_{0,n} = n U_0$	$I_{K,n} = I_K$	$R_{i,n} = n R_i$
Parallelschaltung	$U_{0,n} = U_0$	$I_{K,n} = n I_K$	$R_{i,n} = \frac{R_i}{n}$

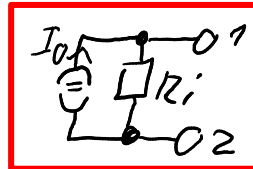
- Thévenin- & Norton Äquivalent:



Thévenin-Äquivalent:

1. Leerlaufspannung U_0

2. R_i aus Sicht der Klemmen

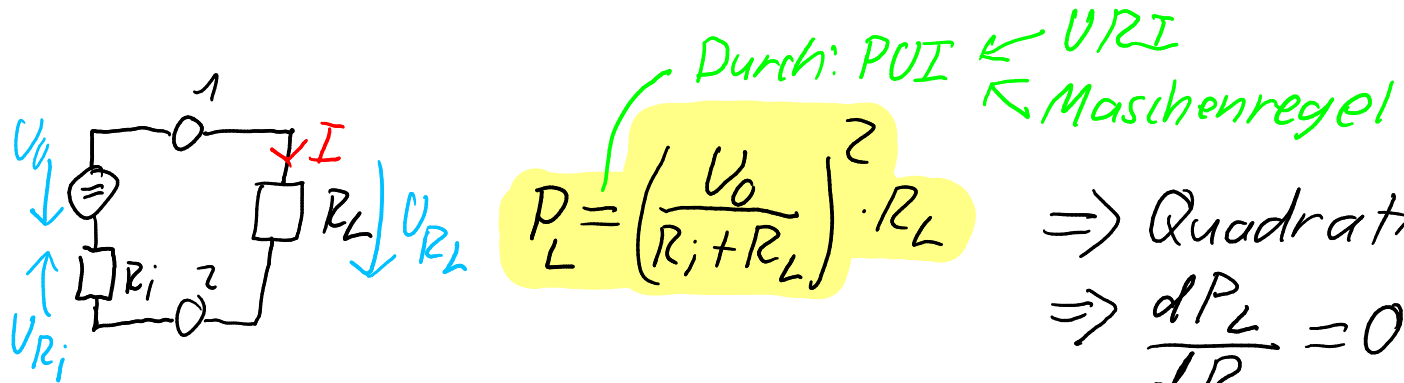


Norton-Äquivalent:

1. Kurzschlussstrom I_K

2. R_i aus Sicht der Klemmen

LEISTUNGSANPASSUNG VON SPANNUNGSQUELLEN



$$P_L = \left(\frac{U_0}{R_i + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

$\Rightarrow$ Quadratische Gleichung $\Rightarrow$ Maximum

$$\Rightarrow \frac{dP_L}{dR_L} = 0 \Rightarrow R_L \stackrel{!}{=} R_i$$

$$\Rightarrow P_{L,max} = \frac{U_0^2}{4R_i} = \left(\frac{U_0}{2} \right)^2 \frac{1}{R_i}$$

PS In Praxis nutzt man meist die Nennleistung welche kleiner ist als P_{max} um Quelle nicht zu schädigen

$\hookrightarrow$ Für Spannungsquellen!

Die maximale beziehbare Leistung hängt von R_L ab!

$\Rightarrow$ Wieso kann das Netz anscheinend $\propto$ viel Leistung liefern? $P_{ges} = \frac{U_0^2}{R_i}$

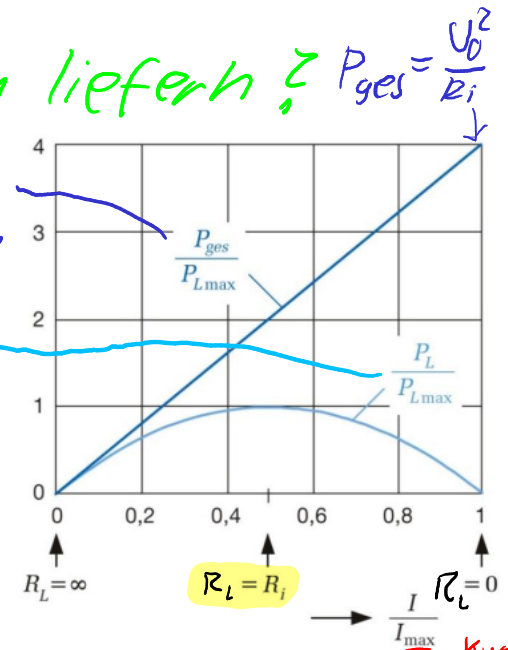
$\Rightarrow$ Der Verteilnetzbetreiber (VNB) bzw. das Elektrizitätswerk muss also ihre "Quelle" kontinuierlich anpassen, damit genügend Leistung für die Verbraucher zur Verfügung gestellt wird!

$\Rightarrow$ Das ist eine Welt für sich.

Gesamt Leistung

Leistung am Verbraucher

Normierte Skala $\nearrow$



Kurzschluss

WIRKUNGSGRAD VON STROM- & SPANNUNGSQUELLEN

Wirkungsgrad Generell: $\eta = \frac{P_L}{P_{\text{Gesamt}}}$
 ↑ am Verbraucher

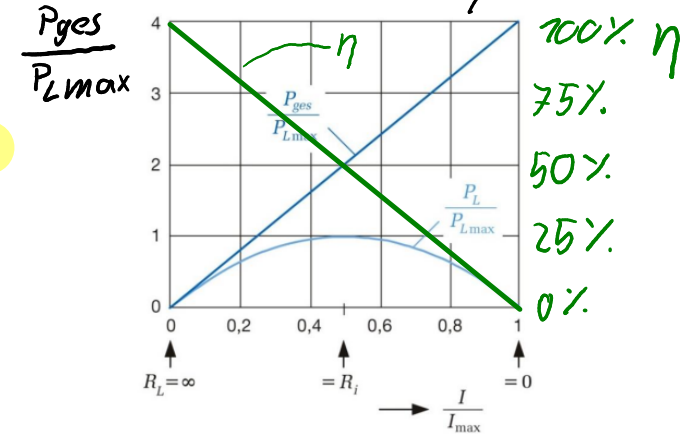
⇒ Spannungsquelle $\eta = \frac{R_L}{R_i + R_L} = \frac{U_L}{U_0}$

⇒ Stromquelle $\eta = \frac{R_i}{R_i + R_L} = \frac{I_L}{I_K}$

↑
aus PVI

↑
Analoger
gedanke wie
bei Leistung

Für Spannungsquelle:



Für Stromquelle:

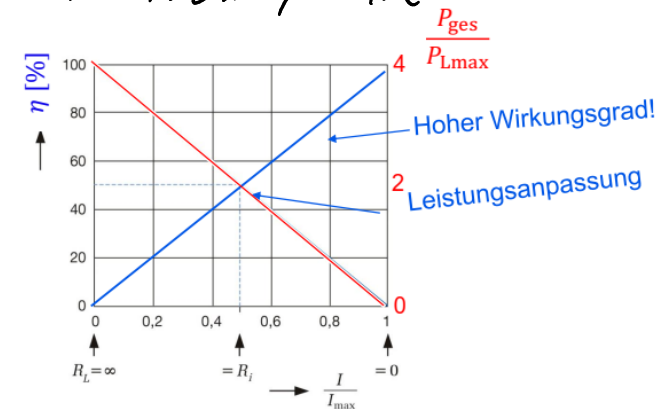


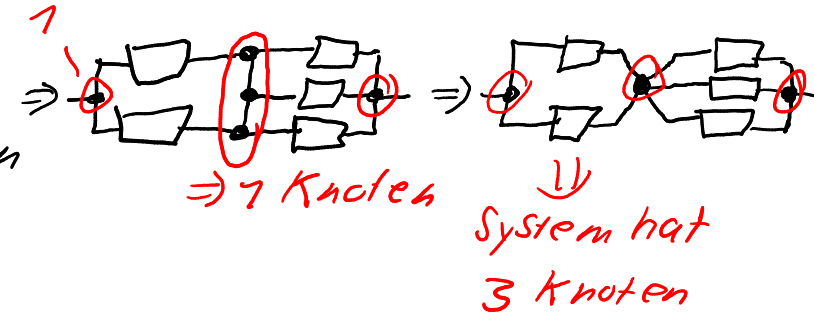
Abbildung 3.34: Wirkungsgrad

⇒ Meist sucht man einen Kompromiss zwischen η und $P_{L\text{max}}$

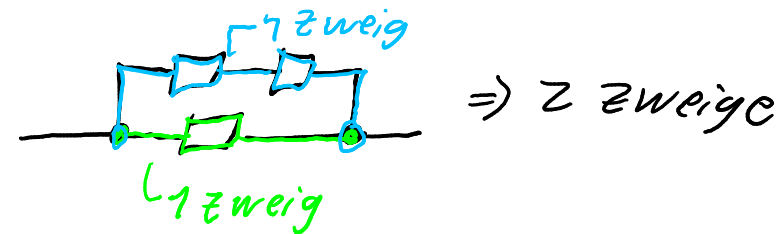
KNOTEN, ZWEIGE, MASCHEN

Erinnerung Definitionen:

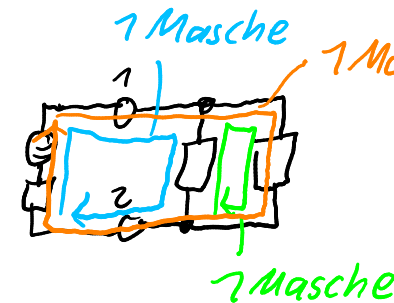
- Knoten: - Haben mind. 3 Anschlüsse
- Lassen sich nicht weiter zusammenziehen



- Zweig: - Zwischen 2 Knoten
- Enthält min. ein Bauelement



- Masche: - Geschlossen
- min. 2 Zweige
- Pro Masche, max. ein Mal gleichen Zweig und Knoten berühren



Eine Masche ist redundant (bzw. linear Abhängig) da kein neuer Zweig hinzu kommt.

ANALYSE UMFANGREICHER NETZWERKE (Weniger wichtig)

Kirchhof Verfahren:

$$\sum V = 0, \sum I = 0$$

- Einfach
- Gibt ein grosses Gleichungssystem

Maschenstromverfahren:

$$\sum I = 0$$

- Für jede Masche ist ein Maschenstrom zu definieren
- Bei Stromquellen $\rightarrow$ Thévenin Äquivalent
- Kleineres Gleichungssystem

Knotenpunktverfahren:

$$\sum U = 0$$

- Potentiale Definieren
- Leitwerte G statt Widerstände R
- Bei Spannungsquellen $\rightarrow$ Norton Äquivalent
- Kleineres Gleichungssystem

* Für konkreteres, siehe Slides, wird aber höchst Wahrscheinlich nicht in der Prüfung gefragt

$\Rightarrow$ Heutzutage hat man Software für Netzwerkanalysen

SPICE, QUCS, Falstad

STATIONÄRES MAGNETFELD

Formelsammlung; S. 8-9

ETH zürich

Mindmap

Magnet

Maxwell Glg. (Ampère)/Durchflutung:

$$\Theta := \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \longleftrightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

Magnetische Feldstärke $\vec{H}$

Biot-Savart:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \vec{J}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

Ursache von $\vec{H}$:

Bewegte Ladung q , Strom I

$$|\vec{F}_2| = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{\rho}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

ext. Strom
Material

Magnetische Flussdichte $\vec{B}$

Maxwell Glg. (Quellenfrei)/mag. Fluss:

$$\Phi := \oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \longleftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Kraft auf Ladung

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Kraft auf Strom

$$\vec{F} = I(\vec{s} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_{AB} = I \int_A^B d\vec{r} \times \vec{B}(\vec{r})$$

MAGNETE

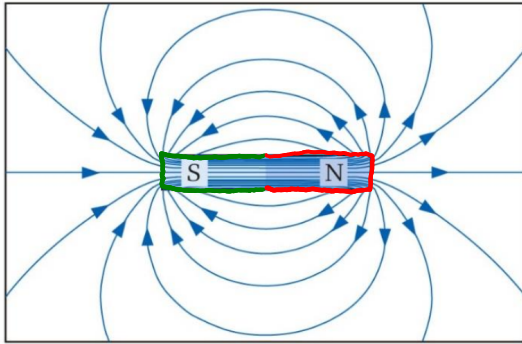


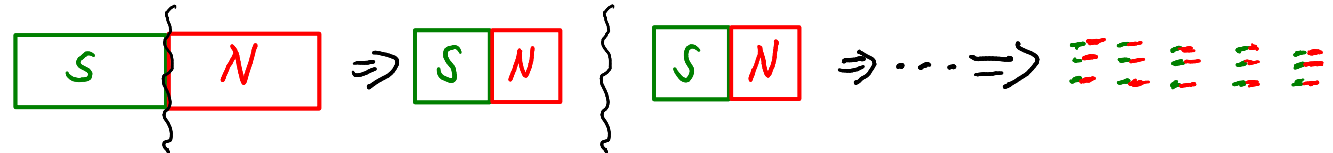
Abbildung 5.2: Verlauf der Feldlinien bei einem Stabmagneten

→ Magnetisches Feld

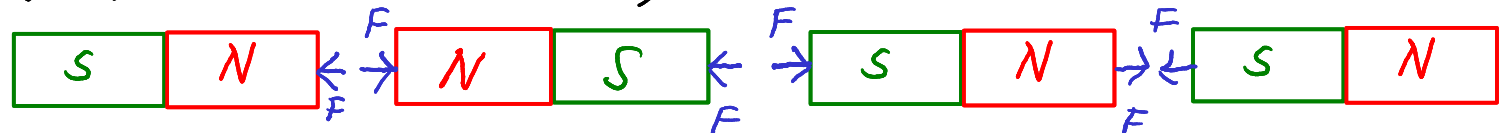
→ Elektrisches Feld

Eigenschaften:

- Im Vergleich zu Ladungen enthält ein Magnet immer Nord- und Südpol (keine einzelnen Pole wie Ladungen)
- Schneidet man einen Magneten, so erhält man wieder Magnete. Bis hin zu Elementarmagneten



- Anziehung und Abstossung hängt von der Orientierung der Pole ab. Gleiche Pole stoßen sich ab entgegengesetzte ziehen sich an. Ähnlich wie Ladungen



- Die Kräfte können auch mit Feldlinien beschrieben werden, die Feldlinien sind jedoch in sich geschlossen $\Rightarrow$ keine Quellen/Senken. Aussen verlaufen sie vom Nord- $\rightarrow$ Südpol innen vom Süd- $\rightarrow$ Nordpol
- Ferromagnetische Stoffe (e.g. Eisenspähne) richten sich entsprechen den Feldlinien aus $\Rightarrow$ Influenz.
- Die Kräfte (Feldlinien) bestehen auch im Vakuum

LADUNGEN IM MAGNETFELD



Wenn sich eine Ladung in einem Magnetischen Feld bewegt, dann wirkt auf ihr eine Kraft. Diese Kraft heißt Lorentz-Kraft

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Merke
geg. für
Pos. Ladungen

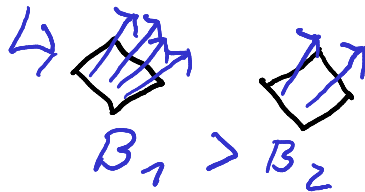
q : Ladung $[q] = C = As$

v : geschwindigkeit $[v] = m/s$

B : Magnetische Flussdichte $[B] = T$ "Tesla"

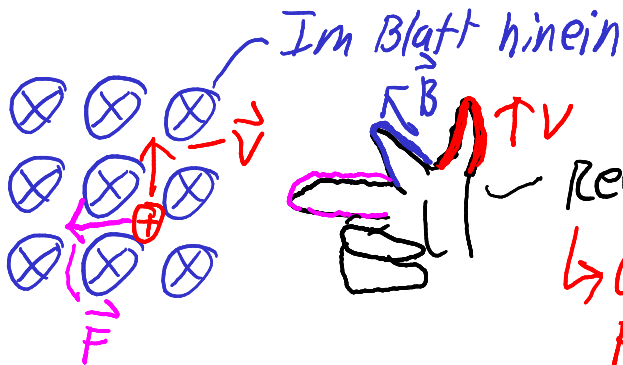
7 Tesla ist schon
extrem viel!

$\Rightarrow$ meist im μT Bereich



$B_1 > B_2$

Im Gegensatz zur Elektrostatik
fangen wir in der Magnetostatik
gleich mit der Flussdichte an, bzw.
dem bereits abgeschwächten Feld.



Im Blatt hinein



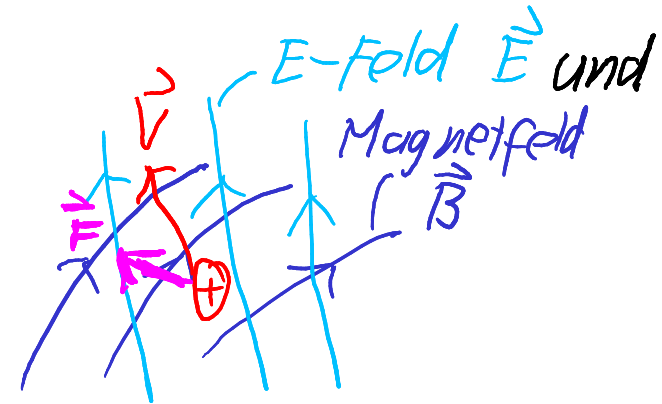
Rechte-Hand

$\hookrightarrow$ Gilt für
Positive
Ladungen

Für Negative
Ladungen

Zeigt F in

entgegengesetzter
Richtung



$$F_{tot} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Einfach hinzu addiert

STRÖME IM MAGNETFELD

Erinnerung! Bewegte Ladungen sind Ströme!

$$\Rightarrow \vec{F} = I(\vec{s} \times \vec{B})$$

I: Strom $[I] = A$

s: Länge des Leiterstücks, $[s] = m$

dass durch das B-Feld

geht [$\vec{s}$ in richtung I (technische Stromrichtung)]

B-Feld $\equiv$ Magnetfeld

Prinzip bleibt gleich:



Jedoch ist das B-Feld nicht immer gerade
Leiter sind auch nicht immer gerade

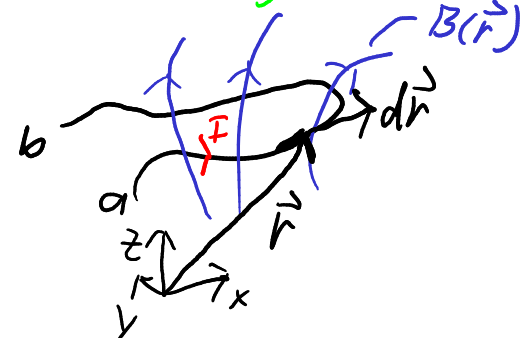
$\Rightarrow$ Allgemeine Formulierung:

$$\vec{F} = I \cdot \int_a^b d\vec{r} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Einheit: $\vec{B}(\vec{r})$ ist teil des integrals

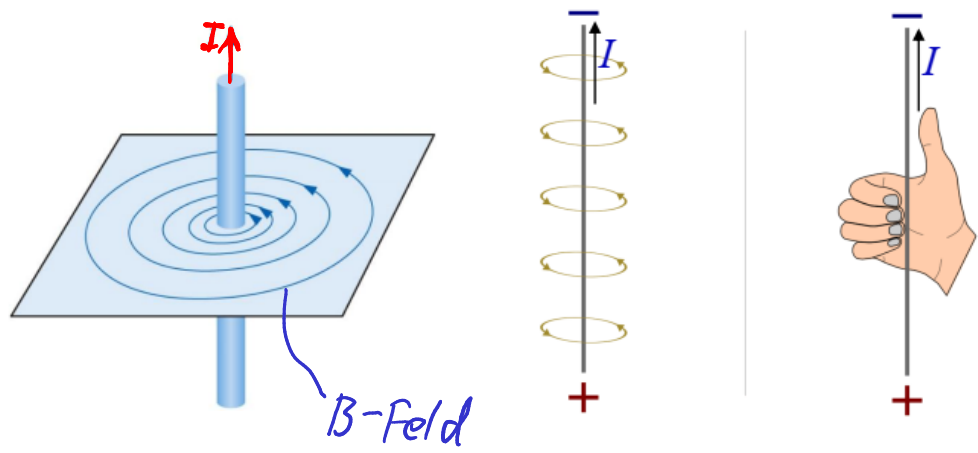
$\vec{r}$ = positionsvektor

$d\vec{r}$ = tangente
am Leitungsstück s



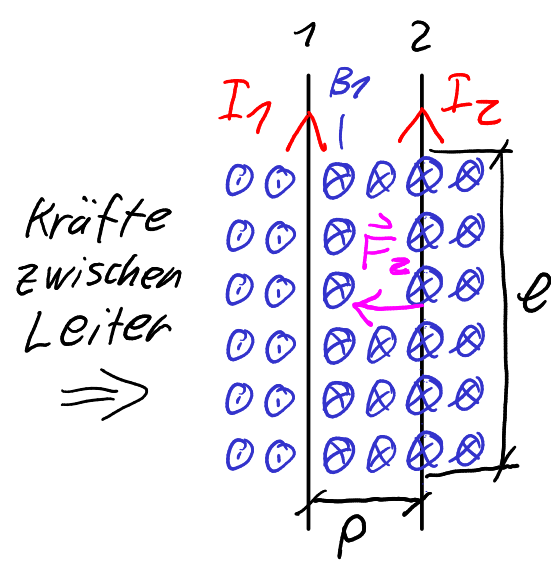
STÖME GENERIEREN MAGNETFELD

B-Feld um Leiter Rechte Hand-Regel



Ein Stromdurchflussener Leiter generiert ein radial abnehmendes Magnetfeld.

Einfluss $I \rightarrow Z$



Vergleich Coulomb Kraft:

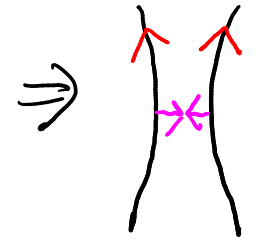
$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^3} \cdot \vec{r}_{12}$$

$$|\vec{F}_2| = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \ell}{r}$$

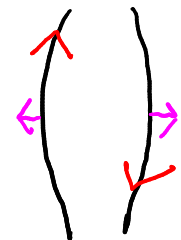
μ_0 : Permeabilitätskonstante = $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

wie gute ein Material Magnetfelder leitet

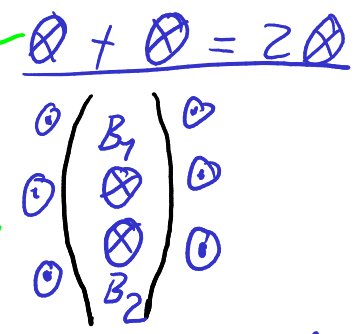
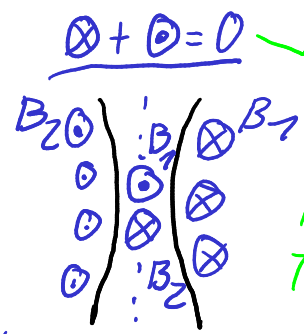
Ströme in gleiche Richtung



Ströme in entgegengesetzte Richtung



Idee!



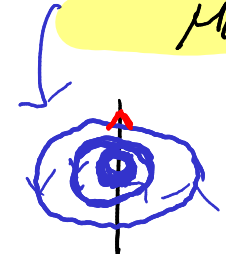
Äussere Felder drücken zusammen

Innere Felder drücken auseinander

OERSTEDS GESETZ

Analog zur Elektrostatik, Flussdichte $\rightarrow$ Feldstärke: $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \vec{B}$ $\vec{H}$: Magnetische Feldstärke

~ Auch Ampère Gesetz oder Oersted's Gesetz; Durchflutungsgesetz genannt



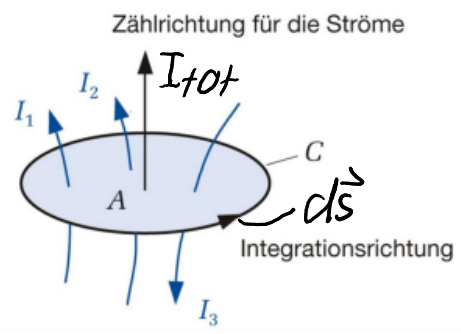
$[H] = \frac{A}{m}$

$I_{tot} = \iint_A \vec{J} d\vec{A} = \oint_C \vec{H} d\vec{s} = \Theta$ Θ : Durchflutung $[+] = A$ (Ampere)

mit $\vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{H}$ *Ringintegral*

$\begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x H_3 - \partial_z H_2 \\ \partial_z H_1 - \partial_x H_3 \\ \partial_x H_2 - \partial_y H_1 \end{pmatrix}$

Durchflutung: "Summe aller Ströme, die durch einen geschlossenen Pfad fließen"



3 Bsp. siehe Vorlesungsslides

$\Rightarrow$ ähnlich Elektrostatik mit dem Gauß'schem Gesetz:

$\oiint_V \vec{D} d\vec{A} = Q$

Mit den Unterschieden:

- $\partial V \rightarrow A$, Strom durch eine Fläche
- $\oiint dA \rightarrow \oint ds$, Oberfläche reduziert sich auf Umfang
- Statt Flussdichte $\rightarrow$ Feldstärke, da man nur eine Feldlinie betrachtet

- (e) An die Quelle U_q und R_q wird nun gemäss Abb. 7 die Last bestehend aus $R_{L,1}, R_{L,2}, R_{L,3}$ angeschlossen. Wie gross musst du $R_{L,1}$ wählen, damit die Leistung in $R_{L,1}$ maximal ist? **(1.5 P)**

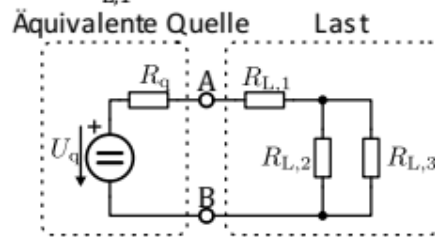


Abb. 7

$$P_{R_{L,1}, \max} \text{ wenn } R_{\text{Rest}} = R_{L,1}$$

$$\Rightarrow R_{\text{Rest}} = \frac{R_{L,2} R_{L,3}}{R_{L,2} + R_{L,3}} + R_q = R_{L,1}$$

Lösung:

- (a) Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 4 bestehend aus einer Spannungsquelle mit $U_B = 5\text{ V}$, einem Widerstand und einer Blackbox als Last. Die Last benötigt zur korrekten Funktion eine Spannung $U_{\text{Last}} = 2\text{ V}$ sowie einen Strom $I_{\text{Last}} = 20\text{ mA}$. Berechnen Sie algebraisch und numerisch den nötigen Widerstand R . (2 P)

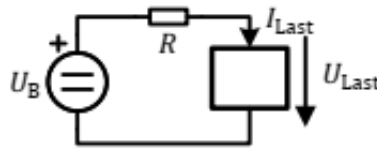


Abb. 4

$$R_L = \frac{U_{\text{Last}}}{I_{\text{Last}}}$$

$$\text{Spannungsteiler: } U_{\text{Last}} = \frac{R_{\text{Last}}}{R + R_{\text{Last}}} \cdot U_B$$

$$\Rightarrow R = \frac{R_{\text{Last}} U_B}{U_{\text{Last}}} - R_{\text{Last}} = \frac{U_{\text{Last}} U_B}{I_{\text{Last}} U_{\text{Last}}} - \frac{U_{\text{Last}}}{I_{\text{Last}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0.02} (5\text{V} - 2\text{V}) = 50 \cdot 3\text{ } \Omega = 150\text{ } \Omega$$

Lösung:

$$R = \frac{1}{I_{\text{Last}}} (U_B - U_{\text{Last}})$$

Numerisch

$$R = 150\text{ } \Omega$$

- (b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η der Schaltung in Abb. 4 als Funktion von U_B und U_{Last} . (1 P)

$$\text{Aus FS! } \eta = \frac{U_L}{U_0} \cong \frac{U_{\text{Last}}}{U_B} = \frac{2}{5} = 0.40$$

Ups!
 ↳ macht nicht diesen fehler!
 gibt vermutlich $\frac{1}{2}$ Punktabzug

Lösung:

$$\eta = 0.40$$

- (a) Abb. 8 zeigt einen Block aus einem leitenden Material (grau) in einem statischen Magnetfeld $\vec{B}$. In welche Richtung bewegt sich der Block, wenn durch seine Bewegung eine Ladungstrennung wie in der Abbildung gezeigt entsteht? (1.5 P)

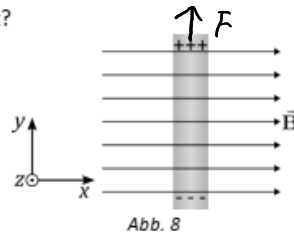


Abb. 8

Mit rechte Hand Regel, wobei Zeigefinger $\hat{=}$ $\vec{B}$, Mittelfinger $\hat{=}$ Ladungsbewegung (Geschwindigkeit) $\vec{v}_q \hat{=}$ Daumen

$\Rightarrow$ Aus der Bildfläche $\Rightarrow +\vec{e}_z$

Da Ladungen im Leiter nach aussen gedrückt werden $\Rightarrow F$ und $\vec{B}$ in $\vec{e}_x$ Richtung

☐ $+\vec{e}_x$

(nach rechts)

☐ $-\vec{e}_x$

(nach links)

☐ $+\vec{e}_y$

(nach oben)

☐ $-\vec{e}_y$

(nach unten)

☒ $+\vec{e}_z$

(aus der Bildfläche)

☐ $-\vec{e}_z$

(in die Bildfläche)

- (c) Gegeben sind drei unendlich lange Leiter im Vakuum gemäss Abb. 9, in denen je ein Strom I in die eingezeichnete Richtung fliesst. Es gilt $I_1 = I_2 = I_3 = I$. Gib alle Richtungen an, in welche die resultierende Kraft auf Leiter 2 wirkt: (1 P)

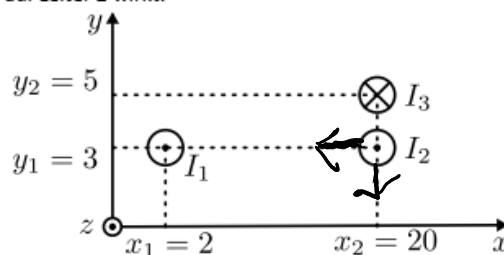


Abb. 9

Es gilt:

$\rightarrow \uparrow \uparrow \leftarrow$ $\leftarrow \uparrow \downarrow \rightarrow$

F F F

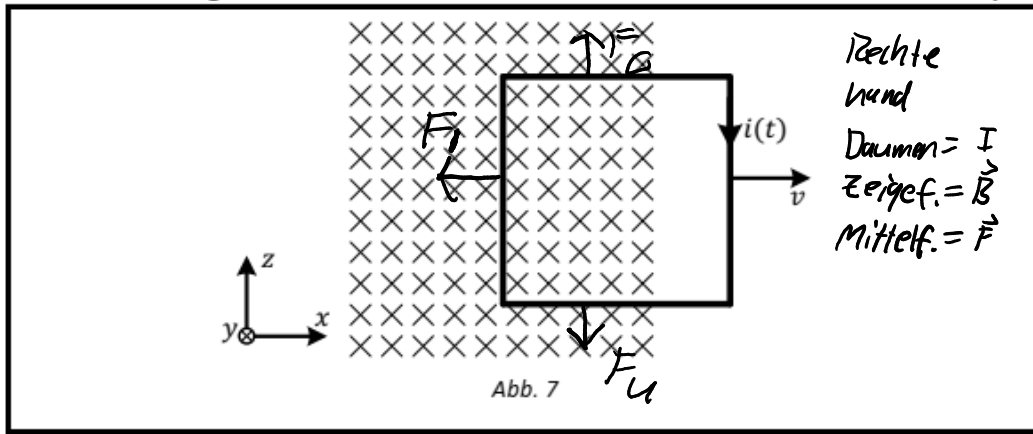
$\Rightarrow -\vec{e}_y - \vec{e}_x$

☐ $+\vec{e}_x$ und $+\vec{e}_y$ ☐ $-\vec{e}_y$ und $+\vec{e}_z$ ☐ $+\vec{e}_x$ und $-\vec{e}_z$ ☐ $-\vec{e}_x$ und $+\vec{e}_z$ ☐ $-\vec{e}_x$ und $+\vec{e}_y$ ☐ $+\vec{e}_x$ und $+\vec{e}_z$ ☐ $+\vec{e}_y$ und $+\vec{e}_z$ ☐ $-\vec{e}_x$ und $-\vec{e}_y$ ☐ $\vec{e}_y$ und $-\vec{e}_z$ ☒ $-\vec{e}_x$ und $-\vec{e}_y$

(c) Skizzieren Sie die Richtung der Lorentzkraft auf die individuellen Leiterstücke in Abb. 7.

(1 P)

Lösung:



(d) Berechnen Sie die resultierende Kraft $\vec{F}_{\text{tot}}(t)$, welche auf die Leiterschleife wirkt. Geben Sie das Resultat in Abhängigkeit der Zeit t und des Stroms $i(t)$ an (Das Resultat von (b) muss nicht eingesetzt werden.) Hinweis: Benutzen Sie das Resultat aus (c), um die Rechnung zu vereinfachen. (2 P)

Ober und unten heben sich auf
bleibt links:

$$\underline{\underline{F_{\text{links}} = \vec{F}_{\text{tot}}(t) = i(t) (\vec{l} \times \vec{B}) = -i(t) \cdot a B \cdot \vec{e}_x}}$$

Lösung:

$$\vec{F}_{\text{tot}}(t) =$$