

ET I Übung 1



n.ethz.ch/~kursulovic

Aufbau:

- Nachbesprechen alter Serie
- Kurze Theorie Repetition + Tipps (Pause)

-
- Selber lösen
 - Fragen
 - Progressives mitteilen der Ansätze

[Alternativ]

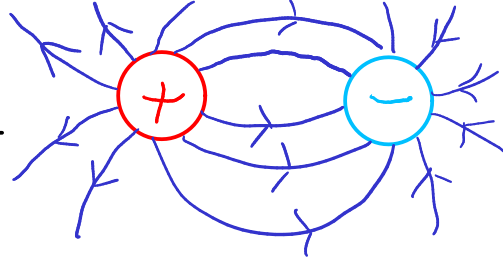
- Zusätzliche Übungen aus alten Prüfungen
- Gruppen lösen à la Mech I

BONUS

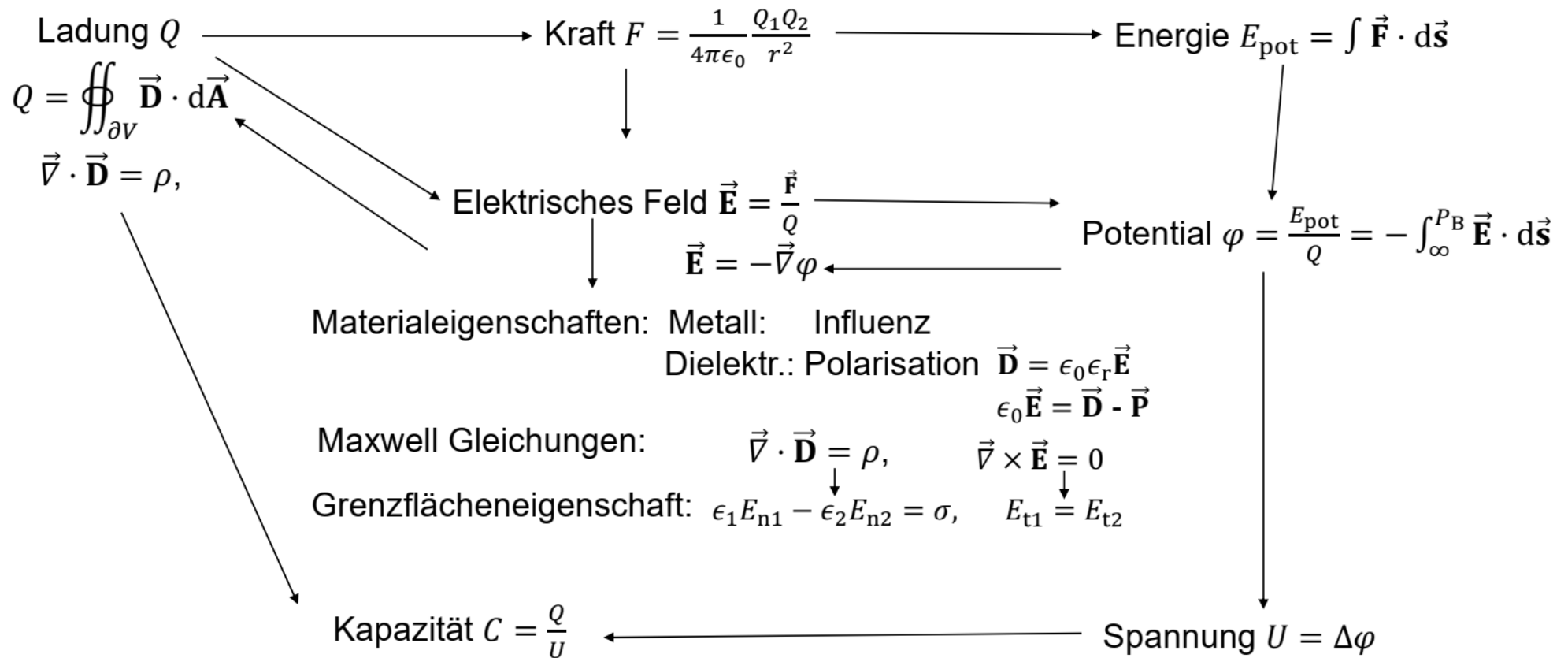
- 3 Serien werden Bewertet
- mind. 2 Serien zu ca. 75% gelöst haben um Notenbonus zu erhalten.

!
 muss nicht Richtig sein,
 einfach sichtbar, dass was
 gemacht wurde.

Schreibt eure Gedanken auf!

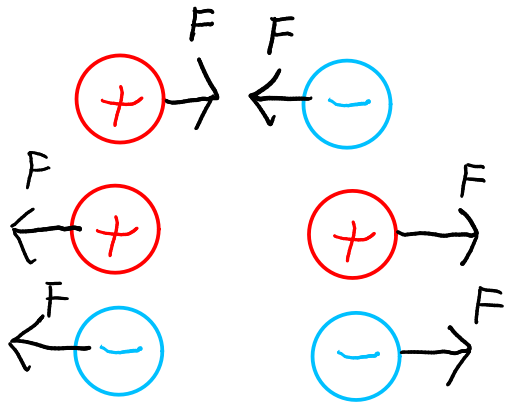


Mindmap



KRAFT E (Coulomb Gesetz)

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^3} \vec{r}_{12}$$



$$[F] = N$$

$$[Q] = C = As \quad \text{"Coulomb" = "Ampere Sekunde"}$$

$$[r] = m$$

$$|\vec{r}_{12}| \Rightarrow \text{Norm} \Rightarrow \sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2 + z_{12}^2} \quad (\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$[\epsilon_0] = \frac{As}{Vm} \quad \text{"Elektrische Feldkonstante" (weiter unten mehr dazu)}$$

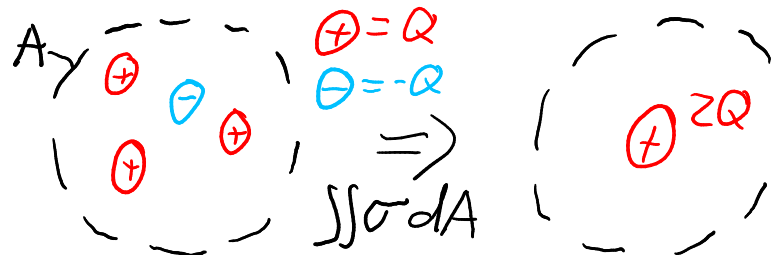
Ladungen Q können auch als differentialquotient dargestellt werden:

Linienladungsdichte: $\lambda = \frac{dQ}{dl} \quad [\lambda] = \frac{C}{m}$

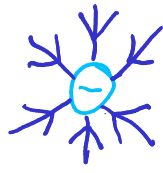
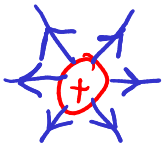
Flächenladungsdichte: $\sigma = \frac{dQ}{dA} \quad [\sigma] = \frac{C}{m^2}$

Raumladungsdichte: $\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [\rho] = \frac{C}{m^3}$

Bsp. Flächenladungsdichte:



E-FELD



$$\frac{N}{C} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V}{m}$$

E-Feldlinien treten stets
senkrecht ($\perp$) ein und aus!



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

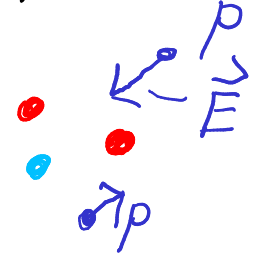
$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m} \quad \text{"Elektrische Feldstärke"}$$

Wie Kräfte können auch E-Felder
überlagert werden à la Superposition:

Definition:

"Was wäre das Kraftfeld,
welches eine **Ladung** Q im
Punkt P spüren würde?"

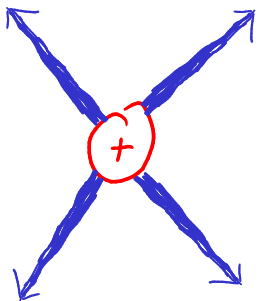
$$\vec{E}(\vec{r}_P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{|\vec{r}_P - \vec{r}_i|^3} \vec{r}_i$$



Ich stelle es mir so vor:

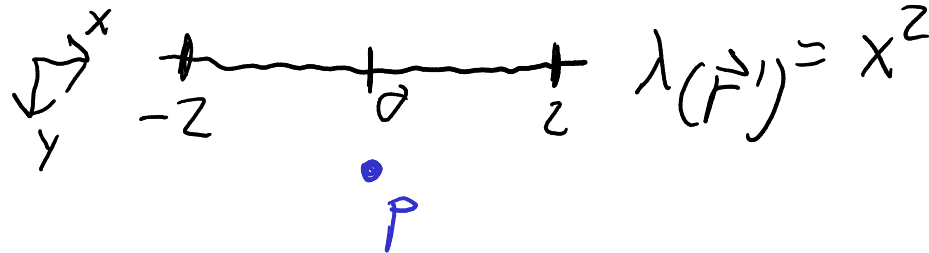


Bsp. Ladung:



E-Feld nimmt Radial ab!

$$\vec{E}(\vec{r}_P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r}_P - \vec{r}'}{|\vec{r}_P - \vec{r}'|^3} d\vec{r}'$$



$\Rightarrow$ Feldlinie einfach alle $\vec{E}(\vec{r}_P)$
über alle P aufsummiert

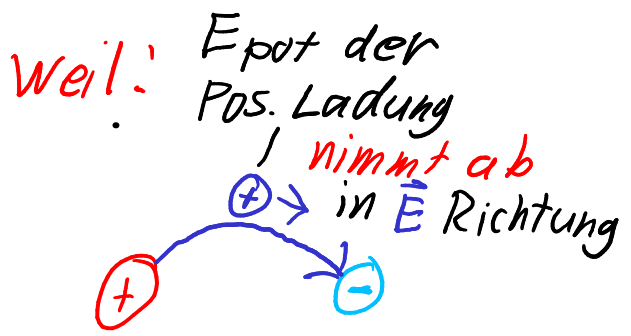
ARBEIT & POTENTIAL

$$W = F \cdot s \quad \text{bzw.} \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



Elektrische Potential!
Energie die man braucht um pos. Ladung Q im E-Feld zu bewegen

$$\Rightarrow W_{e_{12}} = Q_1 \int_{r_1}^{r_2} (-\vec{E}) d\vec{s} \quad [W_e] = J, \text{Ws "Joule" "Wattsekunde"}$$



$$\varphi(\vec{r}_p) = \frac{W_{\infty p}}{Q} = - \int_{\infty}^p \vec{E} d\vec{s}$$

↳ wichtig für Spannung U!

Bzw. $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$

Differenziell $\vec{E}$ ist der -grad(φ)

$\Rightarrow$ Das E-Feld ist konservativ (Wegunabhängig)

↳ Gilt nur in Elektrostatik

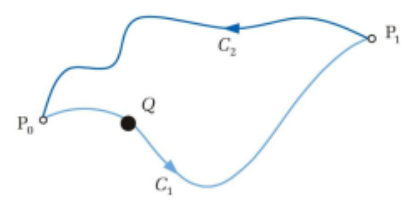


Abbildung 1.11: Bewegung einer Punktladung entlang eines geschlossenen Weges

$$\Rightarrow \int_{C_1} \vec{E} d\vec{s} = \int_{C_2} \vec{E} d\vec{s}$$

$$\oint_{C=C_1+C_2} \vec{E} ds = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (\text{Maxwell})$$

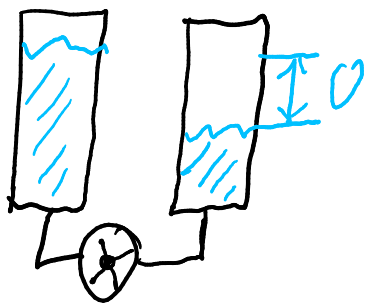
$$\text{rot}(\vec{E}) = \begin{pmatrix} \partial_y E_z - \partial_z E_y \\ \partial_z E_x - \partial_x E_z \\ \partial_x E_y - \partial_y E_x \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \partial_x \varphi \\ \partial_y \varphi \\ \partial_z \varphi \end{pmatrix}$$

Ps ich schreibe:

$$\partial_x \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

SPANNUNG

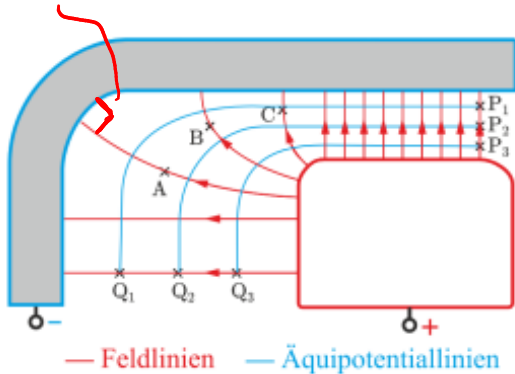


Spannung = Potentialdifferenz

$$U_{12} = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{s} \quad [U] = V \text{ "Volt"}$$

⇒ Äquipotentialflächen (3D)

Reminder ⊥! -linien (2D)



⇒ Äquipotentiallinien und Feldlinien
stehen stets ⊥ zu einander
(Vektor Analysis)

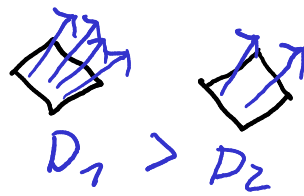
EL. FLUSSDICHTE

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$$

$$[D] = \frac{AS}{m^2}$$

$$[\epsilon_r] = \frac{AS}{Vm} \begin{matrix} \text{"Permittivität"} \\ \text{"Dielektrizitäts-} \\ \text{konstante"} \end{matrix}$$

Material abhängig



* Im Vakuum $\epsilon_r = 1$
 $\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{D}{E}$

Gauss'sches Gesetz:

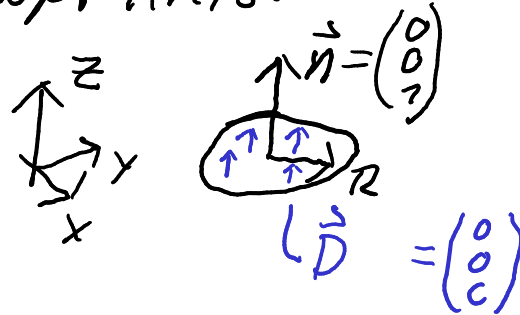
$$\oint_{\partial V} \vec{D} d\vec{A} = Q$$

bzw. Oberfläche

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{Maxwell})$$

$$\hookrightarrow \text{div}(\vec{D}) = \partial_x D_x + \partial_y D_y + \partial_z D_z$$

Bsp. Kreis:



$$\Rightarrow \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{r_0}^{r_1} \vec{D} \cdot \overbrace{\vec{n} \cdot r dr d\varphi}^{d\vec{A}} = z \hat{n} \cdot c \cdot \frac{1}{2} [r^2]_0^R = \hat{n} c R^2 = Q$$

Eigentlich $rd\varphi \cdot dr$
weil $d\varphi$ mit r
skaliert $\frac{r d\varphi_1}{r_1} \frac{r d\varphi_2}{r_2}$

Alternativ: $A_z = \hat{n} \cdot R^2 \quad D_z = c$

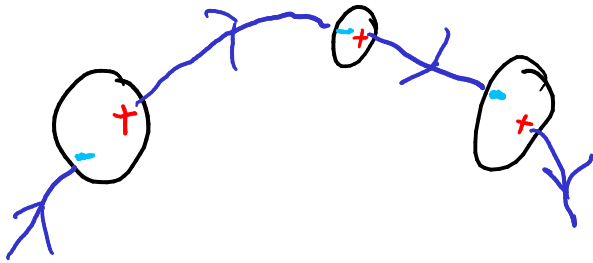
$$\Rightarrow D \cdot A = c \hat{n} R^2 = Q$$

Wieso mit Flussdichte Rechnen statt mit E-Feld direkt?

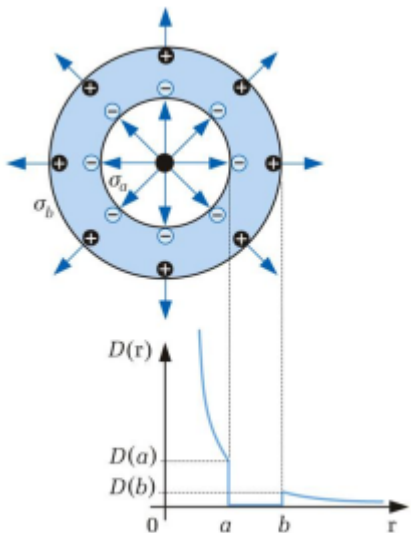
$\Rightarrow$ Flussdichte berücksichtigt Abschwächung
vom Dielektrikum

INFLUENZ, POLARISATION

Influenz besagt, dass sich Ladungen in elektrischen Leitern an der Oberfläche gemäss den Feldlinien ausrichten

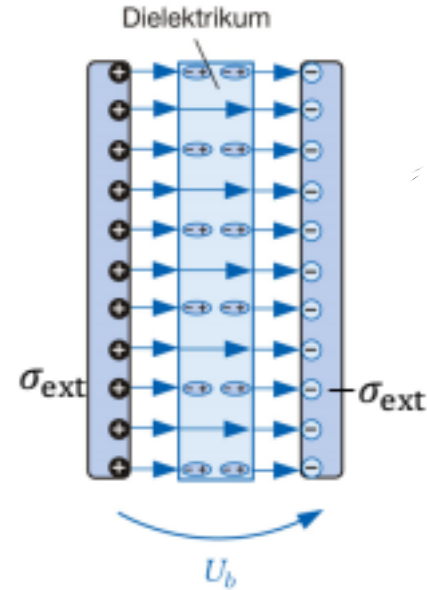


Achtung: In der Elektrostatik gibt es keine Felder im Leiter!



Grund: Leiter bildet Aquipotentialfläche, da keine Potentialdifferenz im Leiter existieren darf, sonst gibt es einen Stromfluss $\Rightarrow$ Elektrodynamik

Polarisation entsteht im Dielektrikum (Isolator e.g. Kunststoff, Luft): $\Rightarrow \epsilon_r$



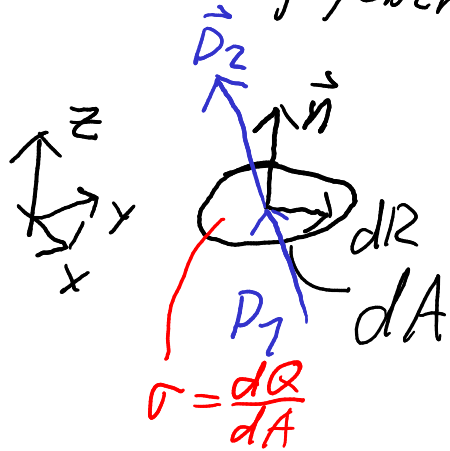
$$\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \vec{P}$$

Besser:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

FELDGRÖSSEN EINER FLÄCHENLADUNG (weniger wichtig)

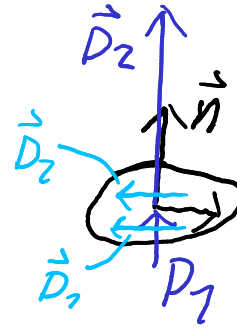
Annahme: Geladene Platte in einem
gegebenen Feld.



Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\& \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$



Unterschiedliche
Materialien $\Rightarrow$
 $\epsilon_0(\epsilon_1 E_{1z} - \epsilon_2 E_{2z})$

$$D_{1z} - D_{2z} = \sigma$$

$$P_{1z} - P_{2z} = 0 \quad \text{Parallele Felder
Interagieren
nicht mit Platte}$$

Basically: Nur Felder $\perp$ zur Platte
werden beeinflusst $\Rightarrow$ macht
Sinn, da E-Feld linien stehts
 $\perp$ Ein-/Ausströmen

(Siehe: E-FELD)

KONDIS

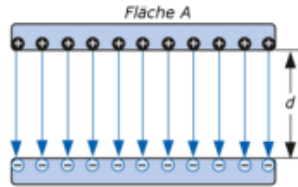
Definition Kapazität

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = F \text{ "Farrad"} = \frac{As}{V}$$

Wieviel Ladung pro Spannung ein Kondi aufnehmen kann
meist im μF bereich

Für Plattenkondi:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$



Alle anderen Geometrien:

$\Rightarrow U$ durch Potentialdifferenz

$\Rightarrow Q$ durch Gauss'sches Gesetz

Umgekehrt wie Widerstände

Serienschaltung

$$C_{\text{ser}}^{-1} = \sum_{k=1}^n C_k^{-1}$$

Spannungsteiler

$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$U_1 = U_{\text{ges}} \frac{C_1^{-1}}{\sum_n C_n^{-1}}$$

$$U_1 = U_{\text{ges}} \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

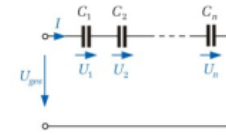
Parallelschaltung

$$C_{\text{parr}} = \sum_{k=1}^n C_k$$

Ladungsteiler

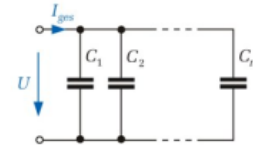
$$Q_1 = Q_{\text{ges}} \frac{C_1}{\sum_n C_n}$$

$$Q_1 = Q_{\text{ges}} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



Spezialfall für zwei Kondensatoren

Spezialfall für zwei Kondensatoren



Spezialfall für zwei Kondensatoren

Kondis können Energie speichern:

$$W_{ec} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C U^2$$

Kondis sind kleine Batterien 

$\Rightarrow$ Verschiedene Arten $\Rightarrow$ Vorlesungs-slides

Ansätze:

1. Trivial

2. a) Qualitativ, Influenz?

b) Klar lesen

3. a) Definition Spannung?

Eine Ladung verschieben?

b) Anzahl Wassermoleküle unwichtig.

4. a) Siehe Slide Flusddichte

~~b~~ b) Keine Angst vom " ∞ " geht auf wenn a) korrekt

c) Definition E -Feld?

5. Gut fürs Verständnis, was beeinflusst wird (Influenz)