

## ET I Übung 5

### Aufbau:

- Zusammenfassung Netzwerke
- Nachbesprechen alter Serie
- Theorie Repetition

(Pause)

- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
- Selber lösen + Fragen + Tipps



[n.ethz.ch/~kursulovic](http://n.ethz.ch/~kursulovic)

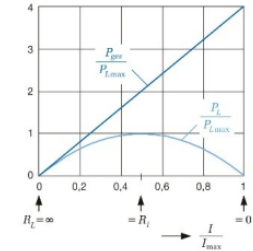
# EINFACHE ELEKTRISCHE NETZWERKE 3

Formelsammlung, S.4-7

## Mindmap 2



**Lineare Spannungs- und Stromquellen**  
Gleichspannungsquellen in der Praxis



**Quellen und Verbraucher**

Leistungsanpassung  $R_i = R_L$   
Spannungsanpassung  $R_i \ll R_L$   
Wirkungsgrad

**Überlagerungsprinzip**

Superposition bei mehreren Quellen

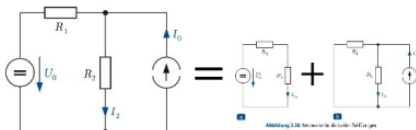


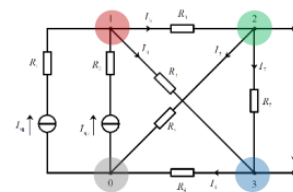
Abbildung 3.35: Überlagerung von Quellen

**Analyse umfangreicher Netzwerke**

Systematisches Vorgehen  
Knotenpotentialverfahren

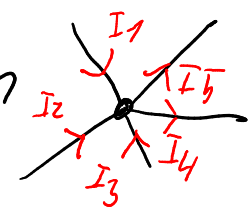
**Thévenin- und Nortonäquivalent**

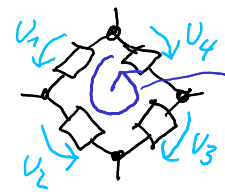
Zusammenfassung komplizierter Quellen



$$\begin{bmatrix} G_3 + G_4 & -G_3 & -G_4 \\ -G_3 & G_3 + G_5 + G_7 & -G_7 \\ -G_4 & -G_7 & G_4 + G_6 + G_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ U_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{q1} + I_{q2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# WAS WIR ÜBER NETZWERKE GELEHRT HABEN 1

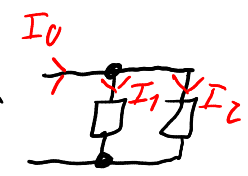
- Kirchhofsche Regeln**


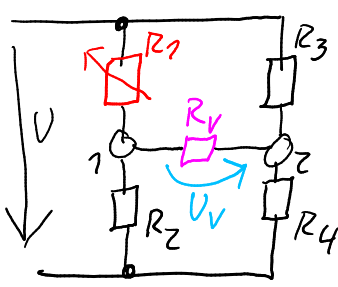
$$\sum_{k=0}^n I_k = 0$$


$$\sum_{k=0}^n U_k = 0$$
- Widerstände**  und 

$$R_{1||2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

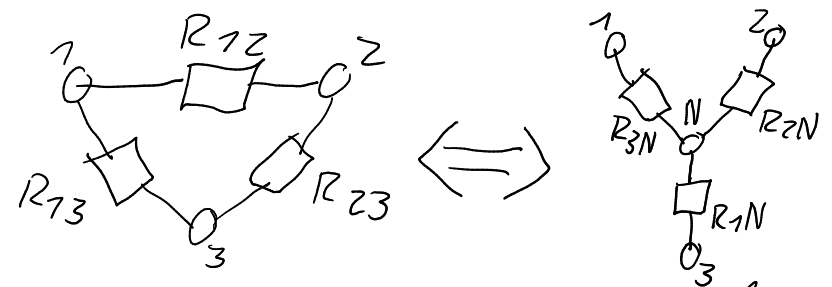
$$R_{1z} = R_1 + R_2$$
- Spannungsteiler** 

$$U_z = U_0 \cdot \frac{R_z}{R_1 + R_z}$$
**Stromteiler** 

$$I_z = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_z}$$
- Wheatstone-Brücke**


$$U_V = 0 \text{ wenn! } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Lösbar durch:

  - Spannungsteiler
  - Maschenregel
  - $\Delta \leftrightarrow \nabla$  umwandlung "stern" "Dreieck"
- Stern-Dreiecksumwandlung**


Dreieck → Stern

$$R_{1N} = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

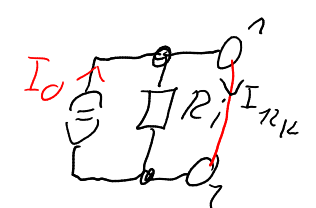
$$R_{2N} = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{3N} = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Stern → Dreieck

$$R_{12} = R_{1N} + R_{2N} + \frac{R_{1N} R_{2N}}{R_{3N}}$$

$$R_{23} = R_{2N} + R_{3N} + \frac{R_{2N} R_{3N}}{R_{1N}}$$

$$R_{31} = R_{1N} + R_{3N} + \frac{R_{1N} R_{3N}}{R_{2N}}$$
- Lineare Strom- & Spannungsquellen**


Leerlaufstrom:

$$I_{120} = 0 \Rightarrow I_i = I_0$$

Leerlaufspannung:

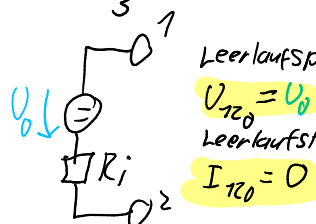
$$U_{120} = U_i = I_0 R_i$$

Kurzschlussstrom:

$$I_{12k} = I_0$$

Kurzschlussspannung:

$$U_{12k} = 0$$



Leerlaufspannung:

$$U_{120} = U_0$$

Leerlaufstrom:

$$I_{120} = 0$$

Kurzschlussspannung:

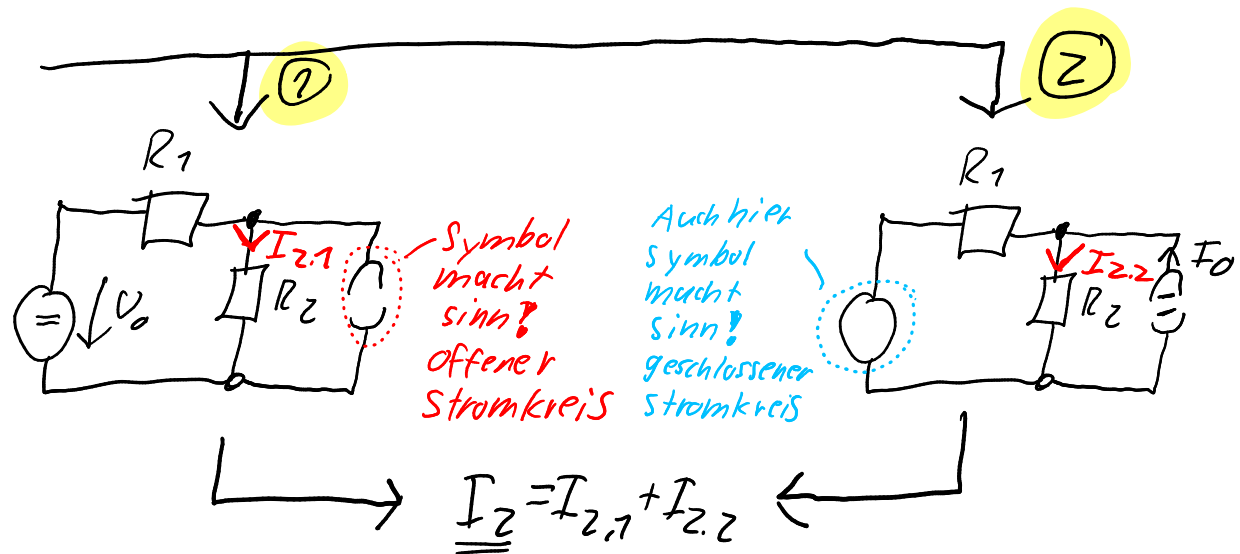
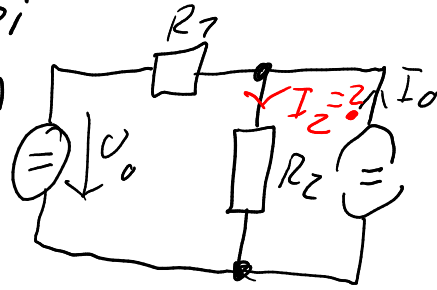
$$U_{12k} = 0 \Rightarrow U_i = U_0$$

Kurzschlussstrom:

$$I_{12k} = I_i = I_k = \frac{U_0}{R_i}$$

# WAS WIR ÜBER NETZWERKE GELERNT HABEN 2

- Superposition bei mehreren Quellen



| Identische Quellen | Leerlaufspannung  | Kurzschlussstrom  | Innenwiderstand           |
|--------------------|-------------------|-------------------|---------------------------|
| Serienschaltung    | $U_{0,n} = n U_0$ | $I_{K,n} = I_K$   | $R_{i,n} = n R_i$         |
| Parallelschaltung  | $U_{0,n} = U_0$   | $I_{K,n} = n I_K$ | $R_{i,n} = \frac{R_i}{n}$ |

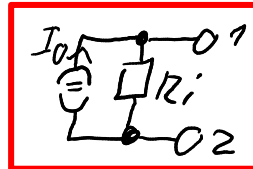
- Thévenin- & Norton Äquivalent:



Thévenin-Äquivalent:

1. Leerlaufspannung  $U_0$

2.  $R_i$  aus Sicht der Klemmen

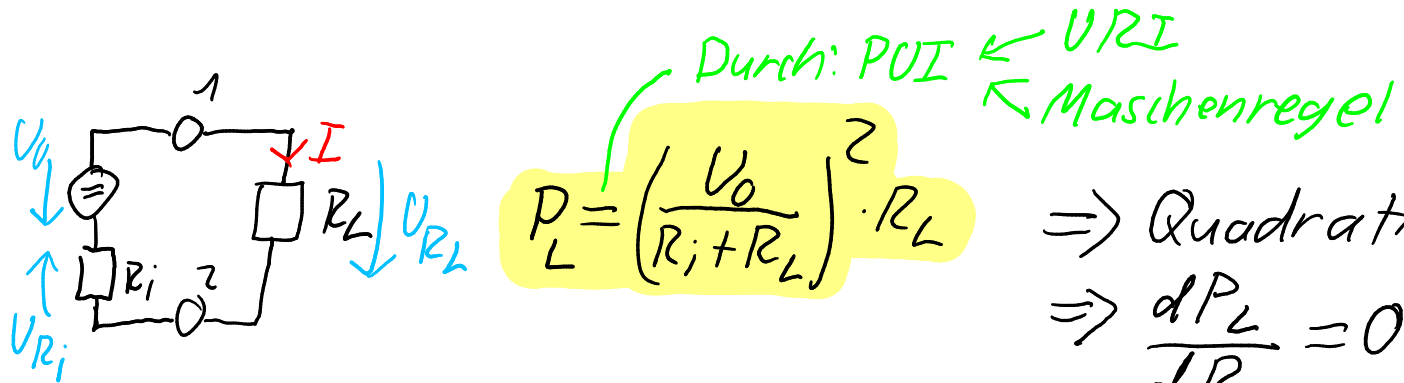


Norton-Äquivalent:

1. Kurzschlussstrom  $I_K$

2.  $R_i$  aus Sicht der Klemmen

# LEISTUNGSANPASSUNG VON SPANNUNGSQUELLEN



$$P_L = \left( \frac{U_0}{R_i + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

$\Rightarrow$  Quadratische Gleichung  $\Rightarrow$  Maximum

$$\Rightarrow \frac{dP_L}{dR_L} = 0 \Rightarrow R_L \stackrel{!}{=} R_i$$

$$\Rightarrow P_{L,max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$

PS In Praxis nutzt man meist die Nennleistung welche kleiner ist als  $P_{max}$  um Quelle nicht zu schädigen

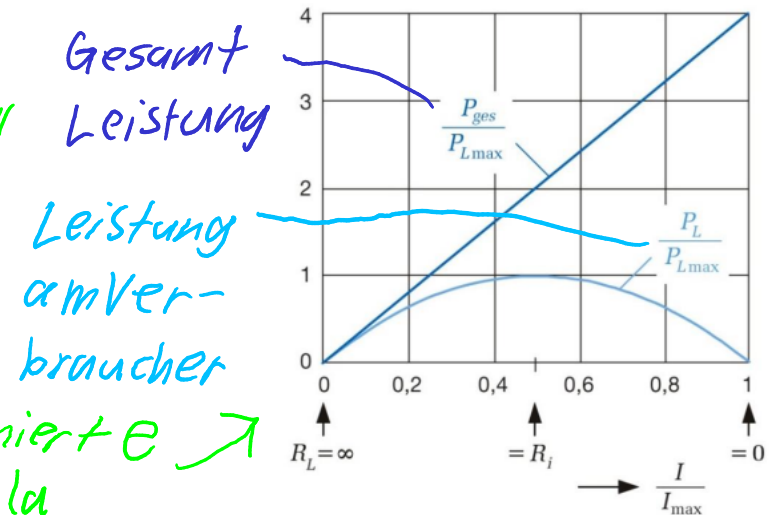
$\hookrightarrow$  Für Spannungsquellen!

Die maximale beziehbare Leistung hängt von  $R_L$  ab!

$\Rightarrow$  Wieso kann das Netz anscheinend  $\propto$  viel Leistung liefern?

$\Rightarrow$  Der Verteilnetzbetreiber (VNB) bzw. das Elektrizitätswerk muss also ihre "Quelle" kontinuierlich anpassen, damit genügend Leistung für die Verbraucher zur Verfügung gestellt wird!

$\Rightarrow$  Das ist eine Welt für sich.



# WIRKUNGSGRAD VON STROM- & SPANNUNGSQUELLEN

Wirkungsgrad Generell:  $\eta = \frac{P_L}{P_{\text{Gesamt}}}$   
 ↑ am Verbraucher

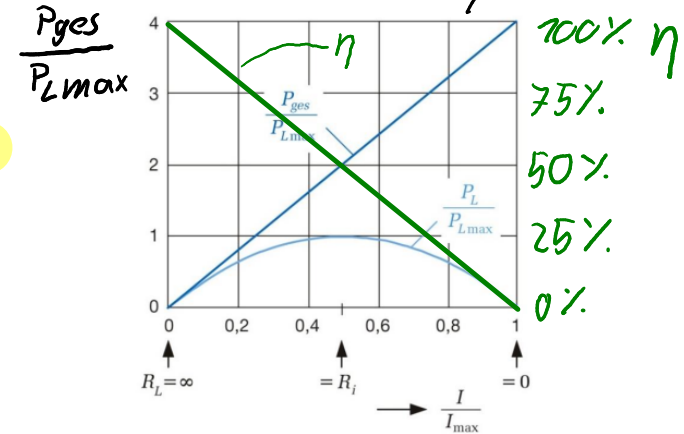
⇒ Spannungsquelle  $\eta = \frac{R_L}{R_i + R_L} = \frac{U_L}{U_0}$

⇒ Stromquelle  $\eta = \frac{R_i}{R_i + R_L} = \frac{I_L}{I_K}$

↑  
aus PVI

↑  
Analoger  
gedanke wie  
bei Leistung

Für Spannungsquelle:



Für Stromquelle:

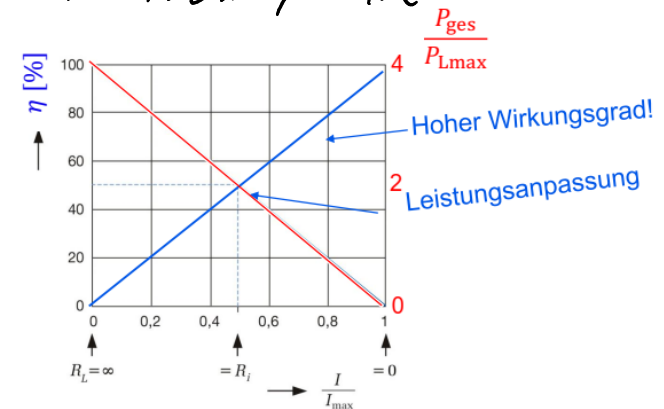


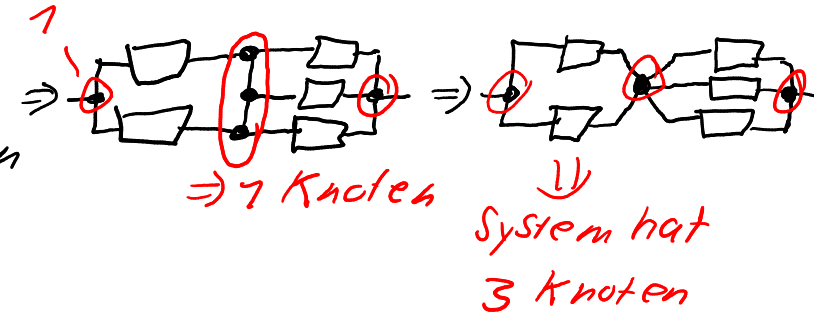
Abbildung 3.34: Wirkungsgrad

⇒ Meist sucht man einen Kompromiss zwischen  $\eta$  und  $P_{L\text{max}}$

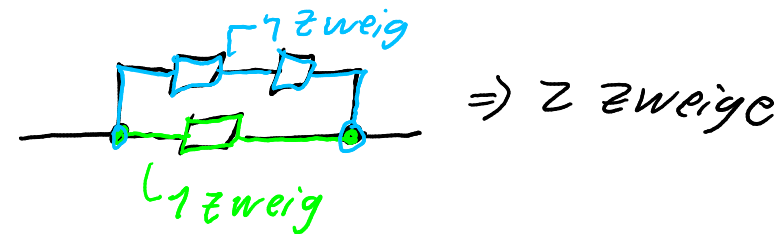
# KNOTEN, ZWEIGE, MASCHEN

Erinnerung Definitionen:

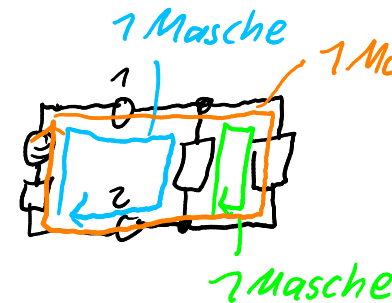
- Knoten: - Haben mind. 3 Anschlüsse  
- Lassen sich nicht weiter zusammenziehen



- Zweig: - Zwischen 2 Knoten  
- Enthält min. ein Bauelement



- Masche: - Geschlossen  
- min. 2 Zweige  
- Pro Masche, max. ein Mal gleichen Zweig und Knoten berühren



Eine Masche ist redundant (bzw. linear Abhängig) da kein neuer Zweig hinzu kommt.

# ANALYSE UMFANGREICHER NETZWERKE (Weniger wichtig)

Kirchhof Verfahren:

$$\sum V = 0, \sum I = 0$$

- Einfach
- Gibt ein grosses Gleichungssystem

Maschenstromverfahren:

$$\sum I = 0$$

- Für jede Masche ist ein Maschenstrom zu definieren
- Bei Stromquellen  $\rightarrow$  Thévenin Äquivalent
- Kleineres Gleichungssystem

Knotenpunktverfahren:

$$\sum U = 0$$

- Potentiale Definieren
- Leitwerte  $G$  statt Widerstände  $R$
- Bei Spannungsquellen  $\rightarrow$  Norton Äquivalent
- Kleineres Gleichungssystem

\* Für konkreteres, siehe Slides, wird aber höchst Wahrscheinlich nicht in der Prüfung gefragt

$\Rightarrow$  Heutzutage hat man Software für Netzwerkanalysen

- (e) An die Quelle  $U_q$  und  $R_q$  wird nun gemäss Abb. 7 die Last bestehend aus  $R_{L,1}, R_{L,2}, R_{L,3}$  angeschlossen. Wie gross musst du  $R_{L,1}$  wählen, damit die Leistung in  $R_{L,1}$  maximal ist? **(1.5 P)**

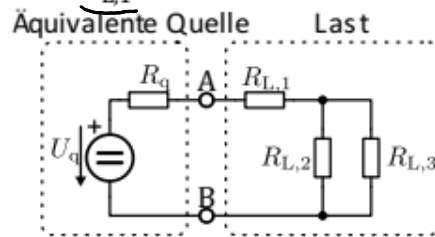


Abb. 7

$$P_{R_{L,1} \max} \text{ wenn } R_{\text{Rest}} = R_{L,1}$$

$$\Rightarrow R_{\text{Rest}} = \frac{R_{L,2} R_{L,3}}{R_{L,2} + R_{L,3}} + R_q = R_{L,1}$$

Lösung:

## 2. DC Netzwerke

11 Punkte

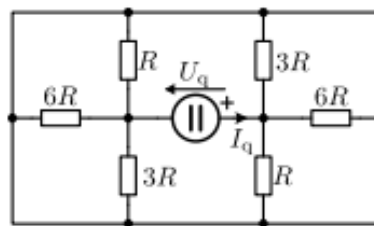
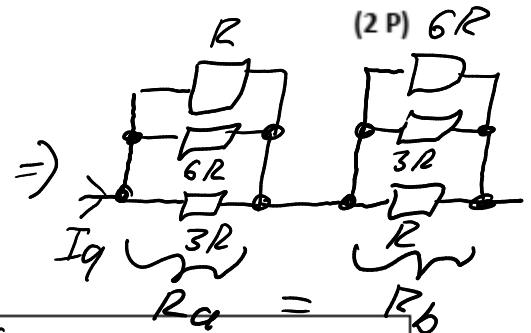
(a) Bestimme den Strom  $I_q$  der Schaltung in Abb. 3.

Abb. 3



$$R_a = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6R} + \frac{1}{3R}} = \frac{1}{\frac{6+2+4}{6R}} = \frac{6}{9} R = \frac{2}{3} R$$

$$\Rightarrow R_{tot} = \frac{2}{3} R + \frac{2}{3} R = \frac{4}{3} R$$

$$\Rightarrow I_q = \frac{U_q}{\frac{4}{3} R} = \frac{3U_q}{4R}$$

☐  $I_q = \frac{7}{12} \frac{U_q}{R}$

☐  $I_q = \frac{2}{3} \frac{U_q}{R}$

☐  $I_q = 20 \frac{U_q}{R}$

☐  $I_q = \frac{1}{5} \frac{U_q}{R}$

☒  $I_q = \frac{3}{4} \frac{U_q}{R}$

(b) Abb. 4 zeigt eine Serienschaltung von zwei Glühlampen mit Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ . Bei Betriebsspannung  $U_q$  hat die erste Leistung von  $P_1 = 100 \text{ W}$ , die zweite eine Leistung von  $P_2 = 50 \text{ W}$ . Welche Leistung  $P'_1$  wird im Fall der Serienschaltung in der ersten Glühlampe  $R_1$  aufgenommen? (2P)

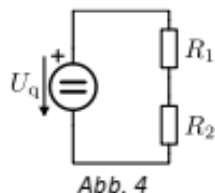
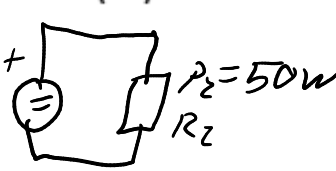
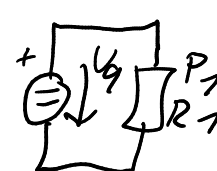


Abb. 4



$$I = \frac{U}{R}$$

$$\Rightarrow P = U \cdot I \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{U_q^2}{100 \text{ W}}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{U_q^2}{50 \text{ W}}$$

$$P'_1 = U'_1 \cdot I_1 = \frac{U_1'^2}{R_1} = \frac{U_q^2 \cdot R_1}{(R_1 + R_2)^2}$$

Spannungsteiler:

$$U'_1 = U_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_q^2 \cdot \frac{R_1}{100 \text{ W}}}{\frac{U_q^2}{100 \text{ W}} + \frac{U_q^2}{50 \text{ W}}} = \frac{100 \text{ W}}{9} \approx 11.1 \text{ W}$$

— Gib + mehrere Wege

☒  $P'_1 \approx 11.1 \text{ W}$

☐  $P'_1 \approx 33.3 \text{ W}$

☐  $P'_1 \approx 100 \text{ W}$

☐  $P'_1 \approx 44.4 \text{ W}$

☐  $P'_1 \approx 75 \text{ W}$

- (a) Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 4 bestehend aus einer Spannungsquelle mit  $U_B = 5\text{ V}$ , einem Widerstand und einer Blackbox als Last. Die Last benötigt zur korrekten Funktion eine Spannung  $U_{\text{Last}} = 2\text{ V}$  sowie einen Strom  $I_{\text{Last}} = 20\text{ mA}$ . Berechnen Sie algebraisch und numerisch den nötigen Widerstand  $R$ . (2 P)

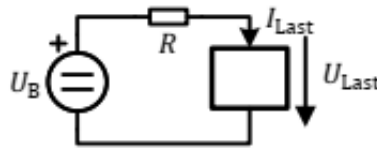


Abb. 4

$$R_L = \frac{U_{\text{Last}}}{I_{\text{Last}}}$$

Spannungsteiler:  $U_{\text{Last}} = \frac{R_{\text{Last}}}{R + R_{\text{Last}}} \cdot U_B$

$$\Rightarrow R = \frac{R_{\text{Last}} U_B}{U_{\text{Last}}} - R_{\text{Last}} = \frac{U_{\text{Last}} U_B}{I_{\text{Last}} U_{\text{Last}}} - \frac{U_{\text{Last}}}{I_{\text{Last}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0,02} (5\text{V} - 2\text{V}) = 50 \cdot 3\text{ } \Omega = 150\text{ } \Omega$$

Lösung:

$$R = \frac{1}{I_{\text{Last}}} (U_B - U_{\text{Last}})$$

Numerisch

$$R = 150\text{ } \Omega$$

- (b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta$  der Schaltung in Abb. 4 als Funktion von  $U_B$  und  $U_{\text{Last}}$ . (1 P)

Aus FS!  $\eta = \frac{P_L}{P_0} \hat{=} \frac{U_{\text{Last}}}{U_B} = \frac{2}{5} = 0,40$

Ups!  
 ↳ Macht nicht diesen Fehler!  
 gibt vermutlich  $\frac{1}{2}$  Punktabzug

Lösung:

$$\eta = 0,40$$

Tips! Diese Serie fand ich etwas schwer

1. a) und b), Erinnerung  $R_i$  aus Sicht Klemmen AB und Quellen aus.  
c) Ausgangslage Abb 7. (a)  $\Rightarrow$  AB Kurzschliessen

2. vereinfachte Schaltung, Superpos.  
Nutze Taschenrechner (An Prüfung ohne).  
Die Unterschiede der Endwerte sind sehr klein (im mV Bereich)

c)  $PVI + URI$

3. a) Easy

b) Was macht mehr sinn über  $I_K$  oder  $U_0$ ?  
Zeichne die Schaltung sorgfältig auf  
Du solltest für  $I_K$  einen komplizierten Bruch bekommen. [ $I_K$  à la 7.c)]

4. Fand ich sehr verwirrend.

a) Gegeben:  $R_i, U_0, I_L$

b)  $PVI$

c) Quadratische Gleichung

d) Was muss gelten in der Quadratischen Gleichung?

e) Es reicht, wenn du die Funktion  $P_V(P_L)$  definieren kannst.

Funktion kann mit Excel, Matlab, Matplotlib (Python)  
mit vector " $x = \text{linspace}(0, \frac{U_0^2}{4R_i}, 1000)$ " geplottet werden

f)  $PVI$  in Abhängigkeit von  $I_L$  und  $R_L$ ?