

ET I Übung 7

Aufbau:

- Fragen zu letzter Woche
- Nachbesprechen alter Serie
- Theorie Repetition

(Pause)

- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
- Selber lösen + Fragen + Tipps



n.ethz.ch/~kursulovic

Mindmap 2. Teil

1. Eigenschaften und Verhalten der verschiedenen Materialklassen

1. Diamagnetismus
2. Paramagnetismus
3. Ferromagnetismus

2. Magnetische Feldgrößen an Grenzflächen

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$$

$$\frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$H_{t1} = H_{t2}$$

3. Magnetischer Kreis

$$\sum_i \Phi_i = 0,$$

$$\Theta = \sum_i H_i l_i = \sum_i V_m, \quad V_m = R_m \Phi$$

4. Induktivität

$$L = \frac{\Phi_V}{I} = \frac{N\phi}{I}$$

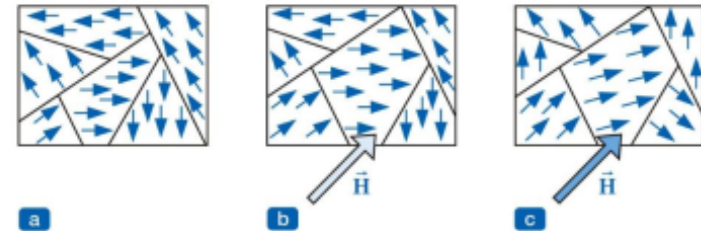


Abbildung 5.20: Weiß'sche Bezirke: a) ohne äußeres Magnetfeld, b) schwaches äußeres Magnetfeld, c) starkes äußeres Magnetfeld

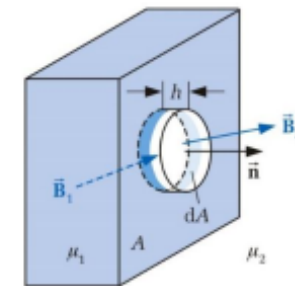


Abbildung 5.23: Grenzfläche mit Sprung der Permeabilität

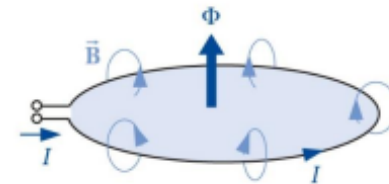


Abbildung 5.27: Stromschleife mit angedeutetem Verlauf des Magnetfeldes

STATIONÄRES MAGNETFELD 1 ZUSAMMENFASSUNG

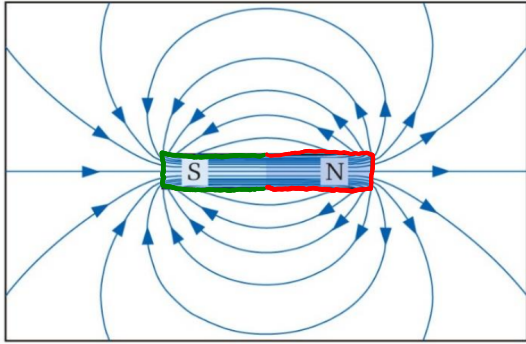


Abbildung 5.2: Verlauf der Feldlinien bei einem Stabmagneten

- Nord- und Südpol
- Elementarmagnete $\equiv \equiv$
- $\begin{matrix} \text{S} & \text{N} & \text{N} & \text{S} & \text{S} & \text{N} & \text{S} & \text{N} \end{matrix}$
- Feldlinien Aussen: Nord $\rightarrow$ Südpol
Innen: Süd $\rightarrow$ Nordpol

- Ferromagnetische Stoffe
(e.g. Eisenspähne) $\rightarrow$ Influenz.
- Feldlinien auch im Vakuum

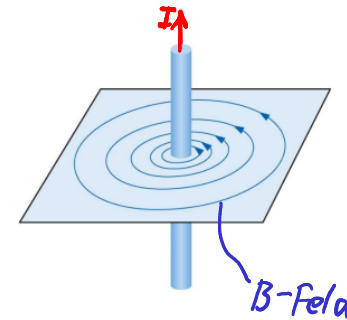
$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$



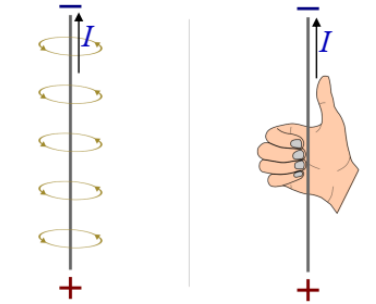
$$\vec{F} = I(\vec{s} \times \vec{B})$$



B-Feld um Leiter



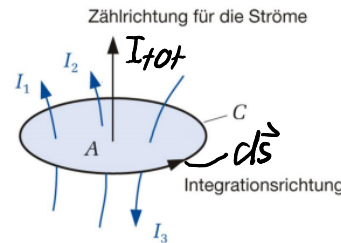
Rechte Hand-Regel



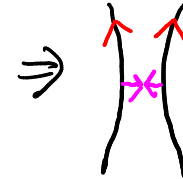
Oersted's Gesetz:

$$\vec{I}_{\text{tot}} = \iint \vec{j} d\vec{A} = \oint_C \vec{H} d\vec{s} = \Theta$$

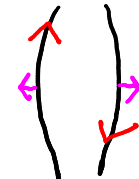
mit $\vec{j} = \vec{\nabla} \times \vec{H}$ Ring integral



Ströme in gleiche Richtung



Ströme in entgegen-
gesetzte Richtung



Flussdichte Feldstärke!

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Magnetische Spannung!

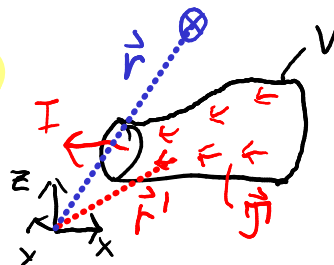
$$V_{m,AB} = \int_A^B \vec{H} d\vec{s}$$

Magnetischer Fluss:

$$\Phi_A = \iint_A \vec{B} d\vec{A}$$

BIOT-SAVART

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$



Elementarmagnete  

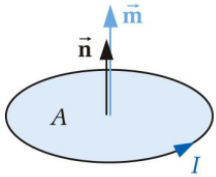


Abbildung 5.19: Magnetischer Dipol

Magnetisches Moment: $\vec{\mu} = I \cdot A \cdot \vec{n} = I \vec{A}$

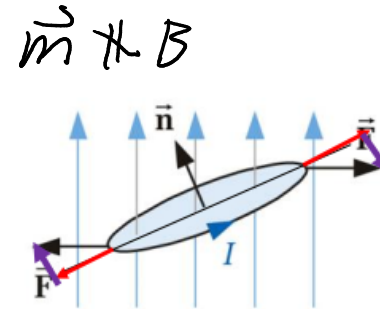
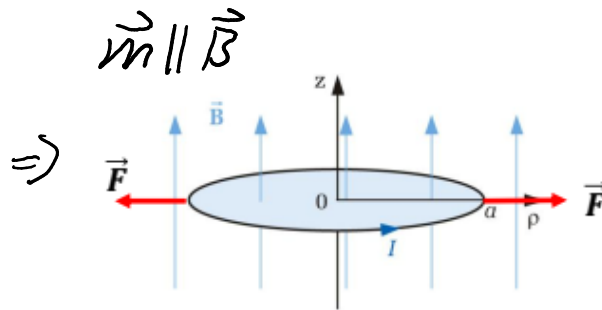
⇒ mehrere Dipole:

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_n \vec{\mu}_n$$

Magnetische Polarisation

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^N \vec{\mu}_n = \mu_0 \vec{M}$$

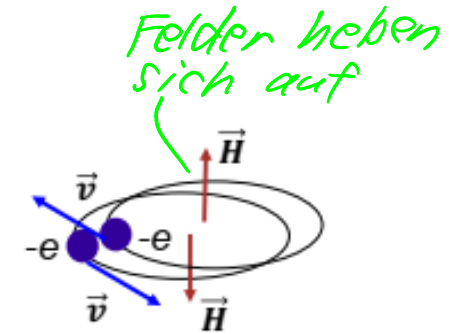
"Polarisation" – Prozess des Magnetisierens



DIA- / PARAMAGNETISMUS

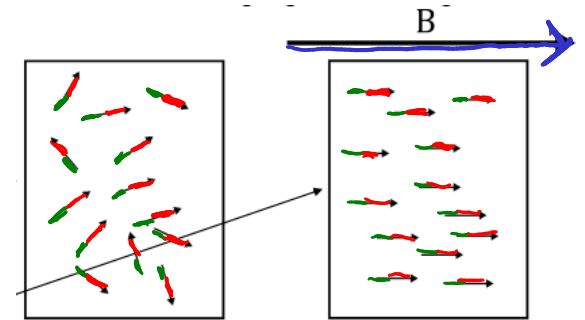
Diamagnetische Materialien $\mu_r < 1 \Rightarrow$ Feldabschwächung
 $\hookrightarrow$ Permeabilitätszahl

- Temperatur unabhängig
- Abhängig vom - Aggregatzustand
- Kristallstruktur
- In Materialien mit abgeschlossenen Schalen: $\# \text{Spin } \uparrow = \# \text{Spin } \downarrow$
 $\hookrightarrow$ Nummer / Anzahl
- Mehr dazu sobald wir die Magnetodynamik anschauen



Paramagnetische Materialien: $\mu_r > 1$

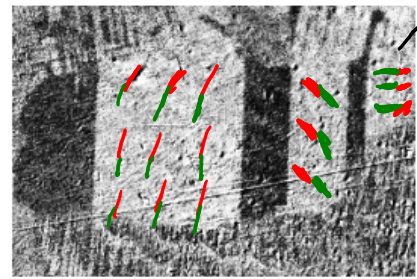
- Ungerade Anzahl e^- auf 'äussere Schale
- Steigende Temp. $\Rightarrow \downarrow$ Paramag.
- Nur ausgerichtet wenn externes Feld anliegt



FERROMAGNETISMUS Materialien wie Eisen, Nickel, Cobalt

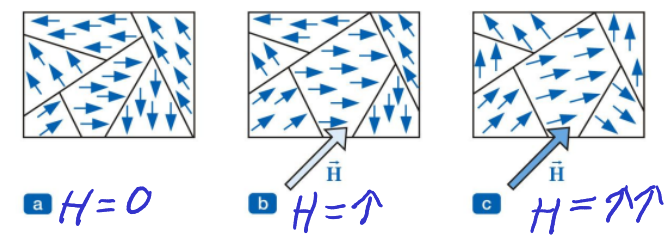
~ Fer → Eisen!

Ferromagnetische Materialien: $\mu_r \gg 1$



SiFe
https://de.wikipedia.org/wiki/Weiss-Bezirk

- weisse Bezirke mit gleicher Ausrichtung der Momente
- Temp. abhängig.
- T_C : Curie-Temp. kein Ferro mag.



→ starke Felder richten Momente aus.

• Asrichtung bleibt teilweise erhalten nach abfall von $\vec{H}$

⇒ Hysteresekurve:

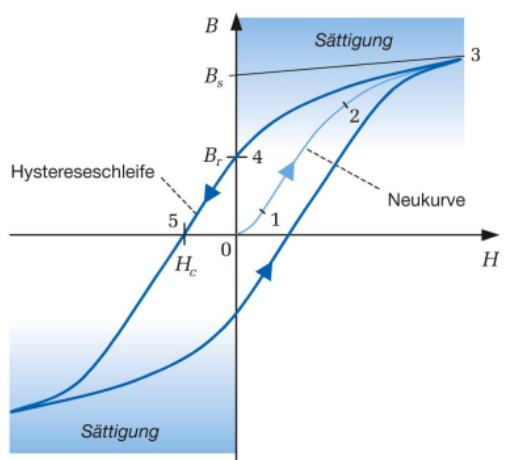
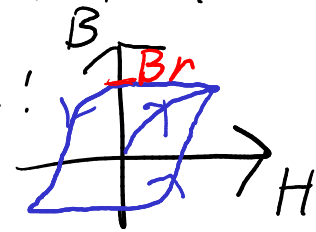


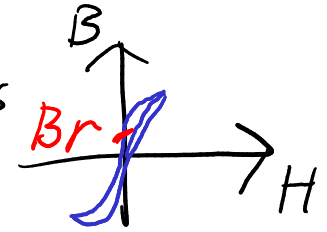
Abbildung 5.21: Magnetisierungskurve eines ferromagnetischen Materials

- Beziehung: $B \overset{\text{Intern}}{\longleftrightarrow} H \overset{\text{Extern}}{\longleftrightarrow}$
- 0 → 1 → 2: Steigendes H führt zu Magnetisierung (Neukurve)
- 2 → 3: Erreichen der Sättigungsflussdichte B_S (alle Momente ausgerichtet)
- 3 → 4: Ausschalten von H ⇒ es bleibt Remanenzflussdichte B_r (Restmagnetismus)
- 4 → 5: Um Remanenz zu eliminieren, braucht es die Koerzitivfeldstärke H_c

• Dauer Magnete haben hohe B_r :



In Trafos braucht's kleine B_r :



FELDGRÖSSEN AN GRENZFLÄCHEN

Reminder: Für E-Felder hatten wir die Bedingung:

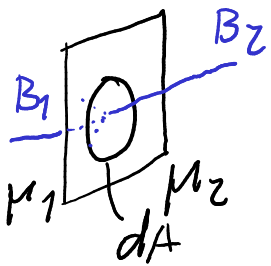


Stehs
senkrecht
Austreten!

⇒ Für B-Felder ist das nicht unbedingt der Fall
(Da keine Magn. Einzelladungen)

D.h. • wenn B-Feldlinien das Medium wechseln behalten sie ihre Ausrichtung
• Zusätzlich gilt Kontinuität (alles was rein fließt muss auch raus fließen)

⇒



$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 \Rightarrow B_{n1} = B_{n2}$$

natürlich gibt es Abschwächung / Verstärkung: $\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$

Aus dem Durchflutungsgesetz gilt: $\Theta = \oint \vec{H} d\vec{s}$, da aber keine Ströme an der

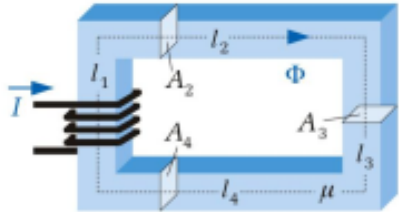
Grenzfläche fließen gilt: $H_{t1} = H_{t2}$

Beziehung $H \leftrightarrow B \Rightarrow \frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

MAGNETISCHE KREISE

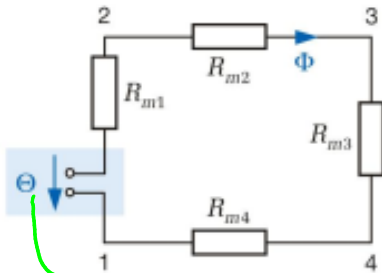
Wir hatten elektrische Ströme, die durch E-Felder in Leiter ausgelöst wurden.
Können wir magnetische Ströme bzw. Flüsse haben? Wieso nicht!

Letztes Mal!



Magnetische Spannung! $V_{m,AB} = \int_A^B \vec{H} d\vec{s}$

Magnetischer Fluss: $\Phi_A = \iint_A \vec{B} d\vec{A}$



- Idealisierung!
- Ferrumagn. Material
 - Äußerer Fluss vernachlässigbar
 - Innerhalb homogen
 - Keine Streuung

Obwohl die Durchflutung mit dem elektrischen Strom im Zusammenhang steht, steht sie in magnetischen Kreisläufen für die magnetische Spannung

⇒ Analogie zu Kirchhoff:

Knotenregel

$$\sum_i \Phi_i = 0$$



$$\Rightarrow B_1 A_1 = B_2 A_2 = \dots = B_n A_n$$

Maschenregel

$$\mathcal{H}_{tot} = \sum_i V_{m,i} = \sum_i H_i l_i$$

↪ magn. Spannungsabfall an Eisenabschnitten

Länge einzelner abschnitte

magnetisches UIR

$$V_m = R_m \Phi$$

mit Abschnittslänge

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \quad \text{"Reluktanz"}$$

↪ Abschnittsfläche

(Rechenbeispiel in Vorlesungsslides)

INDUKTIVITÄTEN (Die magnetische analogie von Kapazitäten)

Wir wissen Kondensatoren können elektrische Energie speichern.

Spulen können magnetische Energie speichern!

$$\Rightarrow L = \frac{\Phi_v}{I} = \frac{N\Phi}{I}$$

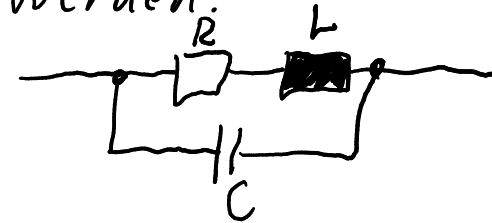
spulen haben
N windungen
pro windung ein
magn. Fluss Φ

"magn. Fluss pro elek. Strom"

L "Induktivität" $[L] = H = \frac{Vs}{A}$
"Henry"

$\Rightarrow$ Symbole: 

Spulen können wie folgt
schematisch dargestellt
werden!



R: Leiterwiderstand

C: Kapazität zwischen
schleifen

L: Induktivität der Spule

Zur berechnung der Induktivität:

meist ist Φ_v nicht geg. hilfreiche tools sind:

- Oerstedds gesetz $\vec{H} = \oint_c \vec{H} d\vec{s}$ für H
- $B \leftrightarrow H$ beziehung für B
- Magnetischer Fluss: $\Phi = \iint_A \vec{B} d\vec{A}$
Achtung dies gilt
für eine Schleife
 $\Rightarrow \bullet N$ für alle schleifen

• Wichtig Induktivitäten können
auch innerhalb von Leiter existieren!

Aus Reluktanz Modell: $L = \frac{N^2}{R_m}$

Beziehung in Vorlesung hergeleitet:

Induktivität einer Ringkernspule	$L = N^2 \frac{\mu h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ $\approx N^2 \frac{\mu h}{2\pi} \frac{b-a}{a}, b-a \ll a$	N, Windungszahl μ , Magnetische Permeabilität h, Kernhöhe b, Äusserer Radius a, Innerer Radius
Induktivität einer Doppelleitung pro Längeneinheit	$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right)$	μ_0 , Permeabilitätskonstante b, Leiterabstand a, Leiterradius

3. Magnetismus**6 Punkte**

Betrachten Sie die Anordnung in Abb. 6(a), bestehend aus einem magnetischen Kern, einem Balken sowie zwei Wicklungen um den Kern. An Wicklung mit N_1 Windungen ist eine Stromquelle I_1 angeschlossen, Wicklung 2 mit N_2 Windungen ist offen. Sowohl der Kern wie auch der Balken haben eine Permeabilität von μ_r . Abb. 6(b) zeigt die Geometrie genauer: Der Kern hat eine uniforme Breite w und Tiefe (z-Richtung) d . Die mittlere Länge der einzelnen Elemente ist l_{Kern} und l_{Balken} . Der Balken mit Querschnittsfläche A befindet sich im Abstand h über dem Kern. Vernachlässigen Sie Streufelder.

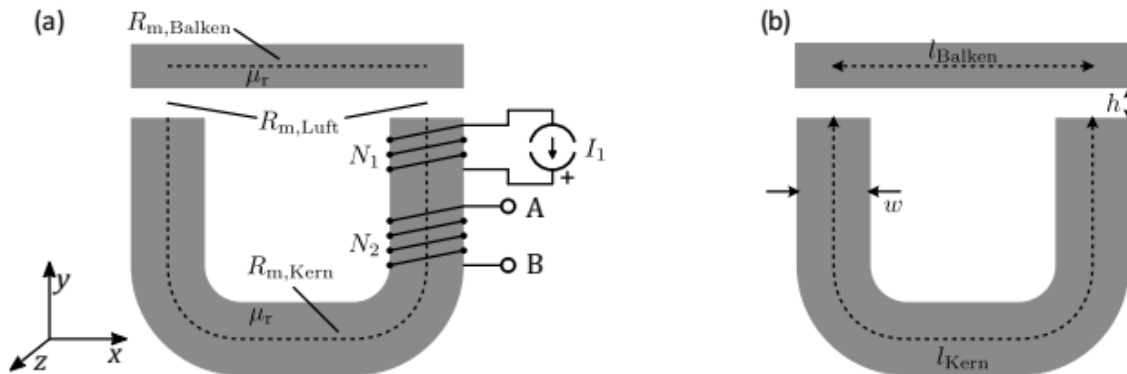


Abb. 6

(a) Berechnen Sie die magnetischen Widerstände $R_{m,\text{Kern}}$, $R_{m,\text{Balken}}$ und $R_{m,\text{Luft}}$.

(1 P)

$$R_{m,\text{Kern}} = \frac{l_{\text{Kern}}}{\mu_r \mu_0 w d}$$

$$R_{m,\text{Luft}} = \frac{2 \cdot h}{\mu_0 w d}$$

$$\approx 1 \Rightarrow \frac{2h}{\mu_r \mu_0 w d}$$

$$R_{m,\text{Balken}} = \frac{l_{\text{Balken}}}{\mu_r \mu_0 A}$$

Lösung:

$$R_{m,\text{Kern}} =$$

$$R_{m,\text{Balken}} =$$

$$R_{m,\text{Luft}} =$$

- (b) Berechnen Sie den gesamten magnetischen Widerstand R_m als Funktion der in (a) definierten Widerstände. (Die Geometrie muss nicht erneut eingesetzt werden) (1 P)

$$R_m = R_{m, \text{Balken}} + R_{m, \text{Luft}} + R_{m, \text{Kern}}$$

Lösung: $R_m =$

- (d) Ordne die magnetischen Widerstände der folgenden drei Anordnungen aus Sicht der Spule der Größe nach an. Der Eisenkern (grau) hat einen uniformen Querschnitt $a \times a$ sowie $\mu_r \gg 1$. (1.5 P)

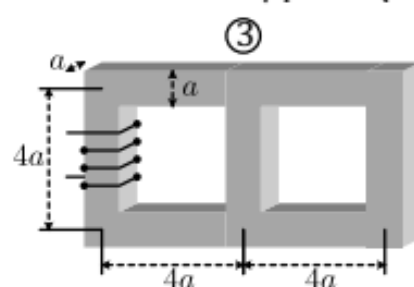
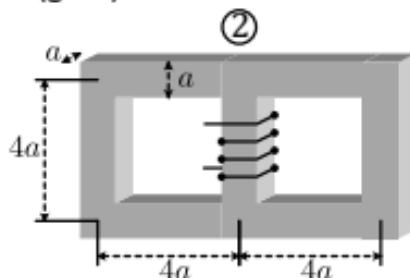
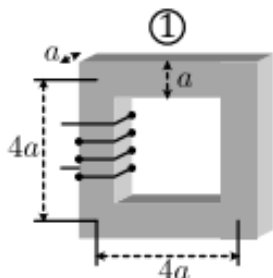
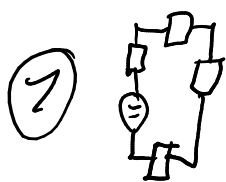


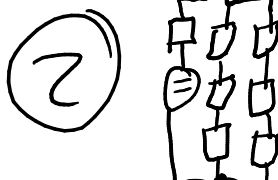
Abb. 10

$$\boxed{2} < \boxed{3} < \boxed{1}$$

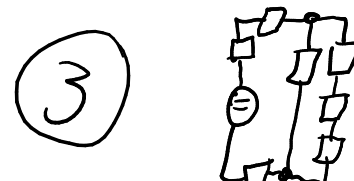
Es gilt: $R_{m_i} = \frac{l_i}{A_i \mu} \Rightarrow \frac{4a}{\mu a^2} = \frac{4}{\mu a}$



$$R_m = \frac{16}{\mu a}$$



$$\frac{4}{\mu a} + \frac{6}{\mu a} = \frac{10}{\mu a}$$



$$\frac{72}{\mu a} + \left(2 \frac{4}{\mu a}\right)$$

3. Statische Magnetfelder

$$V_m = R_m \cdot \Phi$$

$$\mathcal{M} = I \Rightarrow V_{\text{magnet}} = \mathcal{M} = I N_1$$

8 Punkte

Betrachten Sie den magnetischen Kreis in Abb. 6. Die wesentlichen Komponenten sind in Abb. 6(a) gezeigt: Eine Wicklung N_1 sowie die Geometrie mit zugehörigen magnetischen Ersatzwiderständen. Abb. 6(b) zeigt die Geometrie in mehr Detail: Der Kern hat einen uniformen Querschnitt von $w \cdot t$, sowie Permeabilität μ_r . Die Luftspalte haben Dicke d , Streufelder können vernachlässigt werden.

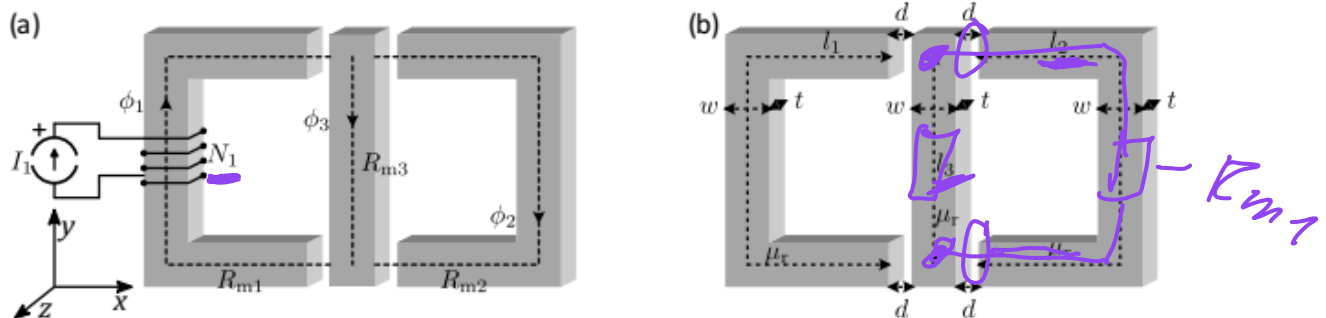


Abb. 6

- (a) Berechnen Sie den magnetischen Widerstand R_{m1} bestehend aus dem linken Schenkel sowie den zwei linken Luftspalten. (1.5 P)

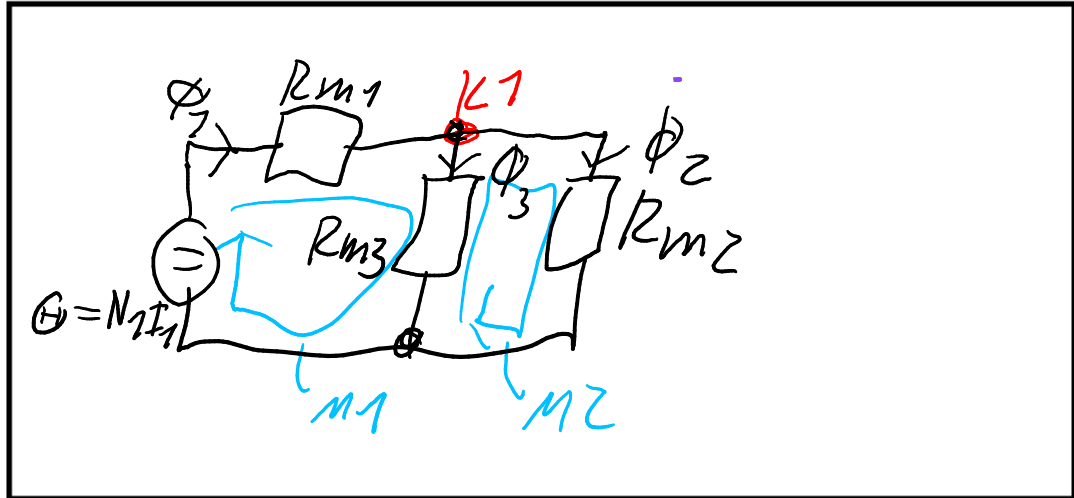
$$R_{m1} = R_{SL} + 2R_L = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{l_1}{w} + 2d \right)$$

$$R_{SL} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 w t}$$

$$R_L = \frac{d}{\mu_0 w t}$$

Lösung: $R_{m1} =$

- (b) Zeichnen Sie ein magnetisches Ersatzschaltbild bestehend aus der Wicklung und den drei Widerständen. Zeichnen Sie auch die Flüsse ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 ein. (1.5 P)



- (c) Stellen Sie für das Netzwerk zwei Maschengleichungen und eine Knotengleichung auf. Schreiben Sie die Maschengleichungen als Funktion der Flüsse ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 , also setzen Sie das Ohm'sche Gesetz ein. (2 P)

$M1:$

$$N_1 I_1 = R_{m1} \phi_1 + R_{m3} \phi_3$$

$M2:$

$$R_{m3} \phi_3 = R_{m2} \phi_2$$

$K1:$

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$$

(d) Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{H}_3$ im mittleren Stab (R_{m3}) in Abhängigkeit der magnetischen Widerstände $R_{m,i}$ sowie der Geometrie. (3 P)

$$H_3 = \frac{1}{\mu_r \mu_0} B_3$$

$$B_3 = \phi_3 / A_3$$

$\Rightarrow$ Flussteiler

$$\phi_3 = \phi_1 \frac{R_{m3}}{R_{m3} + R_{m2}} \stackrel{(i)}{=} \frac{N_1 I_1}{R_{m1} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}} \cdot \frac{R_{m3}}{R_{m3} + R_{m2}}$$

mit $\phi_1 = \phi_{tot}$

$$\Rightarrow \phi_{tot} = \frac{N_1 I_1}{R_{m1} + \frac{R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}}} \stackrel{(i)}{=}$$

$$\phi = \iint_A \vec{B} d\vec{A}$$

$$\phi_3 = \frac{N_1 I_1 R_{m3}}{R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}} = B \cdot A$$

$$\Rightarrow H_3 = \frac{N_1 I_1 R_{m3}}{R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}} \cdot \frac{1}{\mu_r \mu_0 \frac{w \ell}{A}}$$

$$B = \frac{\phi}{A}$$

$$\hookrightarrow \text{Vec.: } \vec{H}_3 = H_3 (-\vec{e}_y)$$

$$H = \frac{1}{\mu_r \mu_0} A$$

Lösung: $\vec{H}_3 =$

Tips!

1.- Rechte Hand Regel

- Dichte $\rightarrow$ Volumen
- Formel für B , Magn. Maschenregel
- Formel für Induktion

2.- Rechte Hand Regel, Wicklung beachten

3, Prüfe ob du "Feldgrößen an Grenzflächen" Verstanden hast