ET I Übung 8

Persönliche Webseite

n.ethz.ch/~kursulovic

Aufbau:

- Fragen zu letzter Woche
- Nachbesprechen alter Serie
- Theorie Repetition

(Pause)

- Alte Prüfungsaufgabe zusammen
- Selber lösen + Fragen + Tipps

Serie 6 wurde bewertet!

Formelsammlung: S. 11–12

Mindmap

Lorentz Kraft: $\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Induktionsgesetz $u = -\frac{d\Phi_V}{dt}$,

$\Phi_V = \iint_{A_V} \vec{B} d\vec{A}$

$\Phi_V = LI$

Induktion allgemein

Faraday'sche Induktionsgesetz

$$u = \oint_C \vec{E}' d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \underbrace{\iint_{A_V} \vec{B} d\vec{A}}_{\Phi_V} \longleftrightarrow rot\, \vec{E}' = -\frac{d}{dt}\vec{B}$$

$\vec{J} = \kappa \vec{E}$

$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

Lenz'sche Regel

Ampèr'sches Durchflutungsgesetz

$$\oint_C \vec{H} d\vec{s} = \iint_A \vec{J} d\vec{A} \longleftrightarrow \mathrm{rot}\, \vec{H} = \vec{J}$$

Induktion im Leiter

Selbstinduktion:

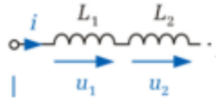
$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

Kopplungsfaktor:

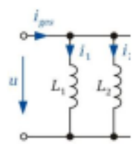
$$k = \pm\sqrt{k_{12}k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

Gegeninduktion:

$$L_{12} = L_{21} = M$$



$$L_{ges} = \sum_{k=1}^{n} L_k$$



$$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}$$

Magnetische Energie

Energiedichte

$$W_m = V\int_0^B H dB = V w_m$$

Energie von Spulen:

Einer Spule:

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\Phi_V I$$

Gekoppelter Spulen:

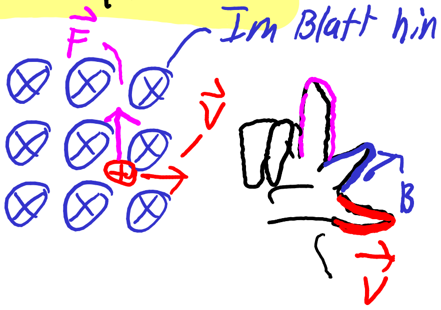
$$W_m = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} L_{ik} I_i I_k$$

Hysterese

INDUKTION

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Im Blatt hinein

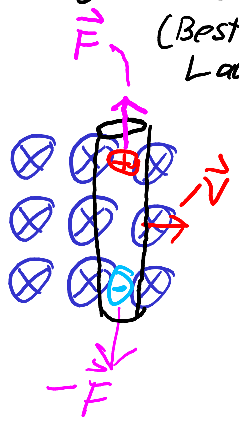


Rechte-Hand

↳ Gilt für Positive Ladungen

Bewegende Leiter: (Bestehen aus Ladungen)

$\Rightarrow$



$\Rightarrow F_{mag} = F_{el}$

über die länge des Leiters heisst das:

$$U_{12} = \int_0^{e_s} \vec{E}\, ds = \underbrace{e\, v_x B}_{\underbrace{\frac{dx \cdot e}{dt} \cdot B}_{\frac{d\{BA\}}{dt} = \phi}}$$

(Ladungen cancelen sich aus)

Stromkreise mit induktion $\Rightarrow$ Flächen (in Bewegung):

Wenn A↓ V muss pos. sein! "wirkt der Ursache entgegen"

$$\Rightarrow \boxed{U = -\frac{d\Phi}{dt}} \qquad \boxed{U = \frac{d\Phi_V}{dt} \approx -\frac{dN\phi}{dt}}$$

$N = 1$ $\qquad$ $N > 1$

$\Rightarrow$ Allgemeiner! (zeitabhängig) Faradaysches Induktionsgesetz:

$$\boxed{\oint_C \vec{E}' d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_{A_V} \vec{B}\, d\vec{A}} \leftrightarrow \boxed{\operatorname{rot} \vec{E}' = -\frac{d}{dt} \vec{B}}$$

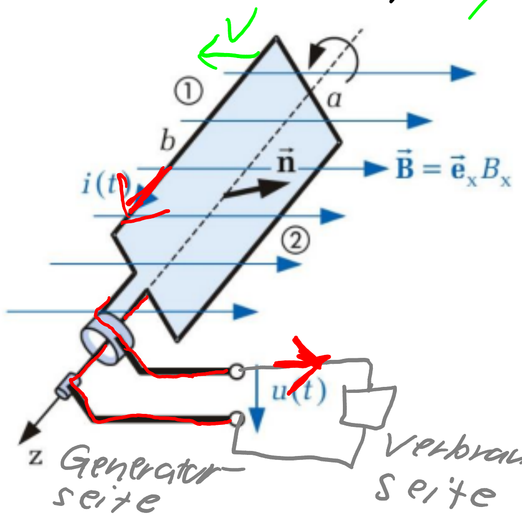
zeitabhängig $\qquad$ differenziell

$$\underbrace{\oint \vec{E} d = 0}$$

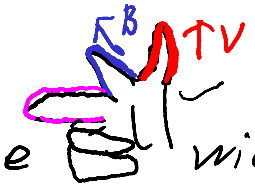
in Elektrostatik aber sobald ϕ in C ↑

$$\oint \vec{E} d \neq 0 !$$

Generatorprinzip!



am besten denkt man sich die Leiterschlaufe ⊥ zu $\vec{B}$



Nutze wie gewohnt um Strom heraus zu finden

$\Rightarrow$ Schaue klemme an

$\Rightarrow$ Dort wo Strom heraus fliesst hohes pot. wo hinein tiefes pot.

INDUKTION UND LENZ'SCHE REGEL

"Der induzierte Strom ist so gerichtet, dass er die Ursache seines Entstehens zu verhindern versucht" ~ D.h. wenn $\Phi\downarrow$ wird muss ein $\Phi\uparrow$ in gleicher Richtung wirken um Φ_{tot} möglichst aufrecht zu erhalten $\Rightarrow$ "Natur mag keine Änderungen bringt sie aus dem Gleichgewicht"

Bsp. (Rechte Hand für B)

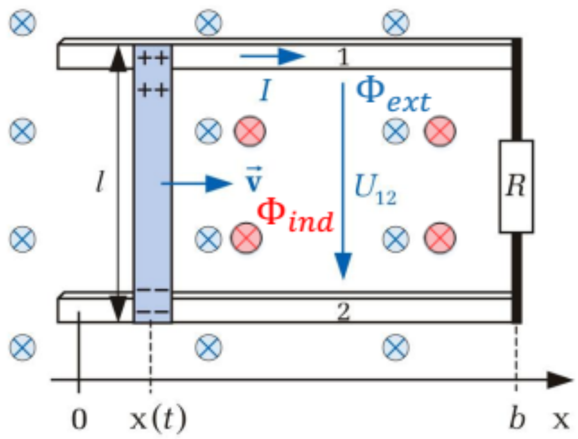
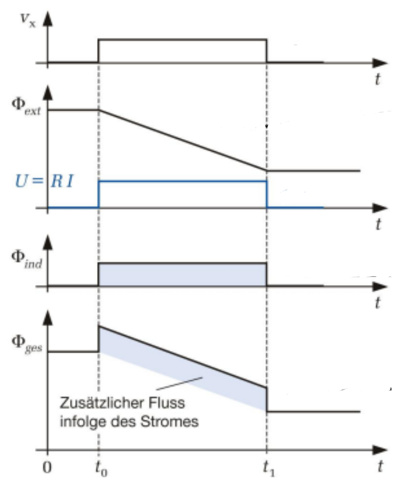


Abbildung 6.2: Teilweise bewegte Leiterschleife



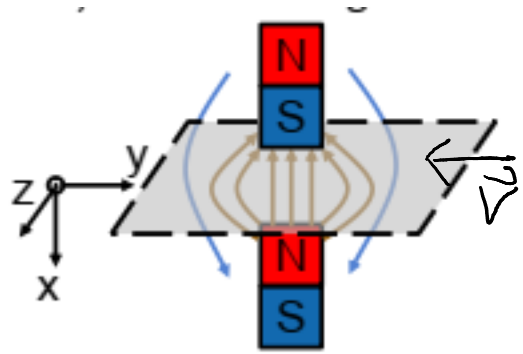
$$\Downarrow$$

$$\Phi_{ges} = \Phi_{ind} + \Phi_{Ext}$$

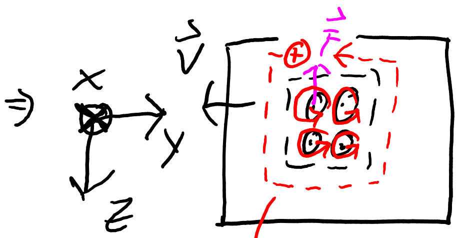
Φ_{ind}: Fluss aufgrund von Induktion bzw. Stromfluss in Leiter aufgrund eines veränderlichen externen B-Feldes

Φ_{Ext}: Fluss aufgrund externem B-Feld

Bsp. Wirbelstrombremse

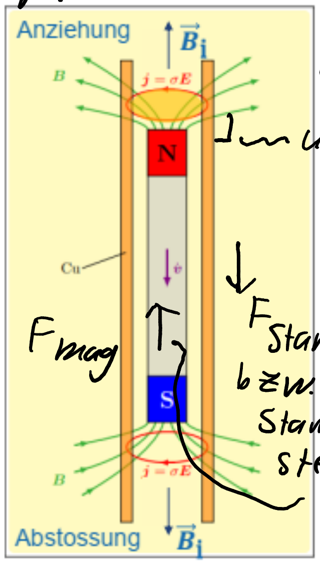


$\Rightarrow$



Resultat ein Wirbelstrom

Bsp. Fallender Magnet



(Rechte Hand für F)

] ungefähr senkrecht

F_{mag}

F_{Stange} bzw. wenn Stange still steht: Actio = Reactio

SELBSTINDUKTION

Reminder Induktivität letztes Mal definiert als: $L = \frac{\Phi_V}{I}$ wir wissen Φ in diesem Fall beruht aufgrund vom Stromfluss $\Rightarrow \Phi_{ind}$

$\Rightarrow$ Effekt von Φ_{ind} auf Stromkreis:

kleinbuchstaben $\Rightarrow$ zeitlich veränderlich

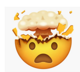
Faraday: $\underbrace{\oint \vec{E}\, d\vec{s}} = -\frac{d}{dt} \underbrace{\iint_{A_V} \vec{B}\, d\vec{A}}_{\phi_V}$ für

Maschenregel: $= -U_0 + Ri$

$$\Rightarrow u_0 = Ri + \frac{d}{dt}\phi_V = \underbrace{Ri}_{u_R} + \underbrace{L\frac{di}{dt}}_{u_L}$$

Induktivität

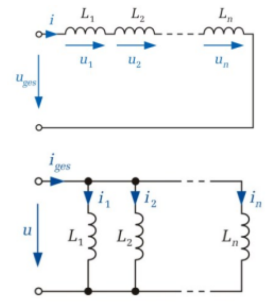
"ohmsche Spannung" "induktive Spannung"



$$\Rightarrow u_L = L\frac{di}{dt}$$

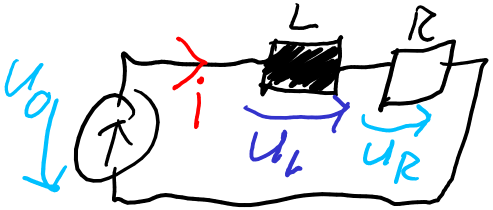
PS Induktivitäten verhalten sich wie Widerstände:

Serienschaltung	$L_{ser} = \sum_{k=1}^{n} L_k$	
Parallelschaltung	$L_{parr}^{-1} = \sum_{k=1}^{n} L_k^{-1}$	
	$L_{parr} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$	Spezialfall für zwei Induktivitäten



In zeitlich veränderlichen Stromkreisen gibt es also noch eine weitere Spannung die wirkt! Die induktive Spannung bzw. Selbstinduktion!

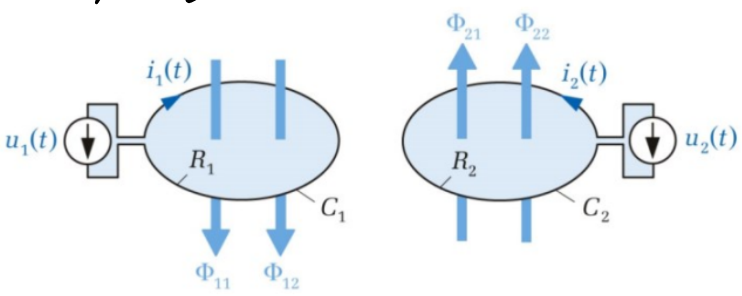
Wir müssen unser Schaltbildmodel anpassen:



GEGENINDUKTION & KOPPLUNG

Stromkreise erzeugen ein Magnetfeld, diese Magnetfelder können andere Stromkreise durchdringen (alles zeitlich veränderlich) (basically Antennen)

$\Rightarrow$ Kopplung:



"auf Leiter 1 von Leiter 2"

$$u_1 = R_1 i_1 + \underbrace{L_{11}\frac{di_1}{dt}}_{\text{selbstind.}} + \underbrace{L_{12}\frac{di_2}{dt}}_{\text{Gegenind.}}$$

analog:

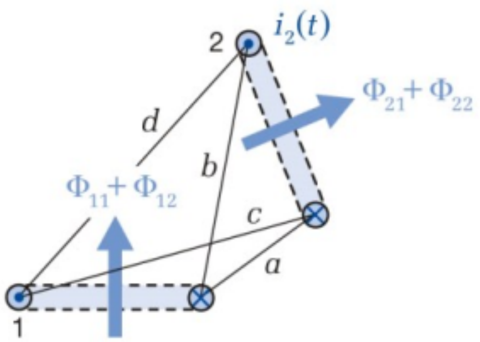
$$u_2 = R_2 i_2 + L_{22}\frac{di_2}{dt} + L_{21}\frac{di_1}{dt}$$

Gegeninduktion:

$$M \equiv L_{ik} = L_{ki}$$

Damit man nicht immer überlegen muss ob L_{ik} oder L_{ki} schreiben muss

Die Schleifen können dabei beliebig zu einander stehen:



l, Länge des Leiterabschnitts

Für diese Situation hergeleitet in Vorlesung:

Gegeninduktivität zweier Doppelleitungen $\quad L_{12} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{bc}{ad}\right)$

Je nach Anordnung andere Induktionswerte:

$\Rightarrow$ Kopplungsfaktoren

$$k_{21} = \frac{\Phi_{v21}}{\Phi_{11}} = \frac{M}{L_{11}} \quad \text{bzw.} \quad k_{12} = \frac{\Phi_{v12}}{\Phi_{22}} = \frac{M}{L_{22}}$$

Φ_{11} ~ selbstinduktion

Geom. Mittel:

$$k = \pm\sqrt{k_{12}k_{21}}$$

Streuung:

$$\sigma = 1 - k^2$$

3. Magnetismus **6 Punkte**

Betrachten Sie die Anordnung in Abb. 6(a), bestehend aus einem magnetischen Kern, einem Balken sowie zwei Wicklungen um den Kern. An Wicklung mit N_1 Windungen ist eine Stromquelle I_1 angeschlossen, Wicklung 2 mit N_2 Windungen ist offen. Sowohl der Kern wie auch der Balken haben eine Permeabilität von μ_r. Abb. 6(b) zeigt die Geometrie genauer: Der Kern hat eine uniforme Breite w und Tiefe (z-Richtung) d. Die mittlere Länge der einzelnen Elemente ist l_{Kern} und l_{Balken}. Der Balken mit Querschnittsfläche A befindet sich im Abstand h über dem Kern. Vernachlässigen Sie Streufelder.

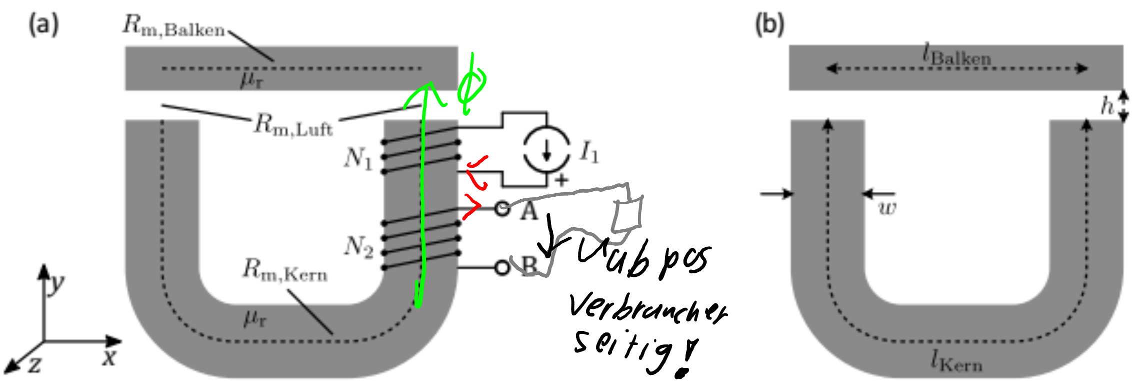


Abb. 6

(a) Berechnen Sie die magnetischen Widerstände $R_{\text{m,Kern}}$, $R_{\text{m,Balken}}$ und $R_{\text{m,Luft}}$. **(1 P)**

$$R_{m,Kern} = \frac{l_{Kern}}{\mu_r \mu_0 w d}$$

$$R_{m,Luft} = \frac{2 \cdot h}{\mu_L \mu_0 \cdot w d}$$

$\mu_L \approx 1 \Rightarrow \frac{2h}{\mu_L \mu_0 w d}$

$$R_{m,Balken} = \frac{l_{Balken}}{\mu_r \mu_0 \cdot A}$$

Lösung:

$R_{\text{m,Kern}} =$

$R_{\text{m,Balken}} =$

$R_{\text{m,Luft}} =$

(b) Berechnen Sie den gesamten magnetischen Widerstand R_m als Funktion der in (a) definierten Widerstände. (Die Geometrie muss nicht erneut eingesetzt werden) **(1 P)**

$R_m = R_{m,Balken} + R_{m,Luft} + R_{m,Kern}$

Lösung: $R_\mathrm{m} =$

(c) Unter Annahme von $\mu_\mathrm{r} \to \infty$ wird der gesamte magnetische Widerstand zu $R_\mathrm{m} = \frac{2h}{\mu_0 w d}$. Setzen Sie diesen Wert ein und berechnen Sie die Selbstinduktivität L_{22} der Wicklung 2. **(1 P)**

$L_{22} = \frac{N_2^2}{R_m}$ (Reluktanz model)

$= N_2^2 \cdot \frac{\mu_0 w d}{2h}$

Lösung: $L_{22} =$

(d) Der Balken sei beweglich, so dass $h = h(t)$ zeitlich veränderlich ist. Berechnen Sie die Spannung $u_{\mathrm{AB}}(t)$ als Funktion von $h(t)$. Weiterhin gilt $R_{\mathrm{m}} = \frac{2h}{\mu_0 w d}$. **(3 P)**

$$\Rightarrow R_{m(t)} = \frac{2h(t)}{\mu_0 w d} \quad \Rightarrow \text{Flussänderung}$$

$$\Theta = N_1 I_1 = R_{m(t)} \cdot \phi$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{N_1 I_1}{R_{m(t)}} = \frac{N_1 I_1}{2h(t)} \mu_0 w d$$

Induktion:

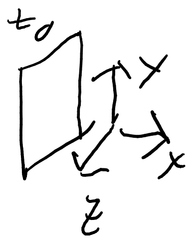
$$\underline{\underline{u_{ab}}} = -\frac{d\overbrace{\phi_V}^{\phi \cdot N_2}}{dt} = \underline{\underline{\frac{N_1 N_2 I_1}{2} \cdot \mu_0 w d \cdot h'(t) \cdot \frac{1}{h^2(t)}}}$$

"−" verschwindet wegen abltg.;
+ siehe verbraucherseite ⇒ u_{ab} ist pos

Lösung: $u_{\mathrm{AB}}(t) =$

4. Zeitlich veränderliche Magnetfelder **7 Punkte**

Eine rechteckige Leiterschleife mit Seitenlängen a und b ist gemäss Abb. 7 in einem uniformen Magnetfeld drehbar um die z-Achse gelagert. An der Leiterschleife ist ein Widerstand R angeschlossen. Benutzen Sie für die Geomtrie das angegebene kartesische Koordinatensystem. Das Magnetfeld $\vec{\mathbf{B}}$ zeigt in $+y$-Richtung. Der Rotationswinkel um die z-Achse ist ωt, heisst zur Zeit $t = 0$ liegt die Schleife in der yz-Ebene. Die vier Seiten der Leiterschleife sind mit 1-4 gekennzeichnet.



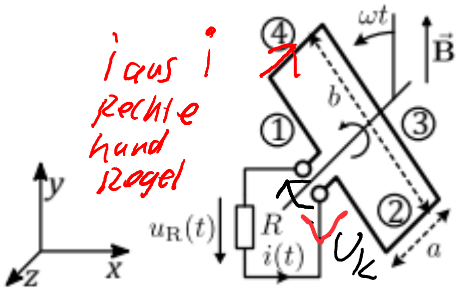


Abb. 7

(a) Berechnen Sie die induzierte Spannung $u_R(t)$, welche über dem Widerstand R abfällt. **(2 P)**

$$\underline{u_R} = -\frac{d\phi}{dt} = \underline{-\omega\cos(\omega t)\, ab\, B}$$ (- weil strom entgegen dem eingezeichneten Strom fliesst + u_K)

$$\phi = \iint \vec{B}\cdot d\vec{A} = \sin(\omega t)\, A\, B$$

$A_{(t)}$ und

$\phi_{(t=0)} = 0$

Lösung: $u_R(t) =$

(a) Zur Messung eines konstanten und homogenen Magnetfeldes $\vec{\mathbf{B}} = -B\vec{\mathbf{e}}_y$ wird wie in Abb. 4 gezeigt eine rechteckige Leiterschleife mit Seitenlängen a und b verwendet. Die Schleife wird mit einer Winkelgeschwindigkeit ω eine halbe Drehung um die x-Achse gedreht, so dass sie wieder in der xz-Ebene liegt. Dabei wird zwischen den Klemmen K_2 und K_1 eine Spitzenspannung $\hat{U}$ gemessen. Berechnen Sie den Betrag des Magnetfelds B als Funktion der gegebenen Grössen. **(2 P)**

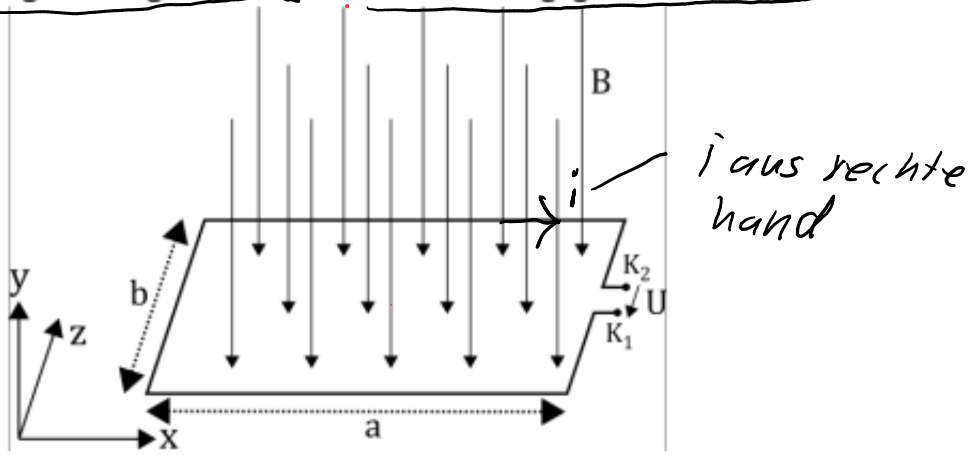


Abb. 4

Induktion:

$$U_{K_1K_2} = -\frac{d\phi}{dt} = -Bab\omega\sin(\omega t)$$

$$\phi = \iint_A \vec{B}\,d\vec{A} = -B\cdot\cos(\omega t)\,ab$$

- cos da bei t_0 ganze Fläche
- $-B$ da entgegen y Richtung

$$\Rightarrow |\hat{U}| = Bab\omega \Rightarrow \underline{\underline{B = \frac{\hat{U}}{ab\omega}}}$$

Lösung: $B =$

Tips!

1. Wie bildet man die integralgrenzen $\iint B\,dA$?

- Pos oder negativ (zeichne Strom ein)
- Was heisst $\vec{v}_{end}$ für das LMIS

2. wie kann A am leichtesten ausgedrückt werden?

- URI
- $E = P \cdot t$ aber über zeit von einem looping ⇒ integriere dt

3. Ähnlich wie mit widerständen